

815

210  
Liczba inwentarza 215

Szafa 38

Półka 6

Miejsce 8



588150 I

Mag. St. Dr.

II h 58  
A B A



815

h

y

-

.

-

-

o

-

y

x

-

i

.

o

-

-

y

-

i

-

-

-

-

-

-

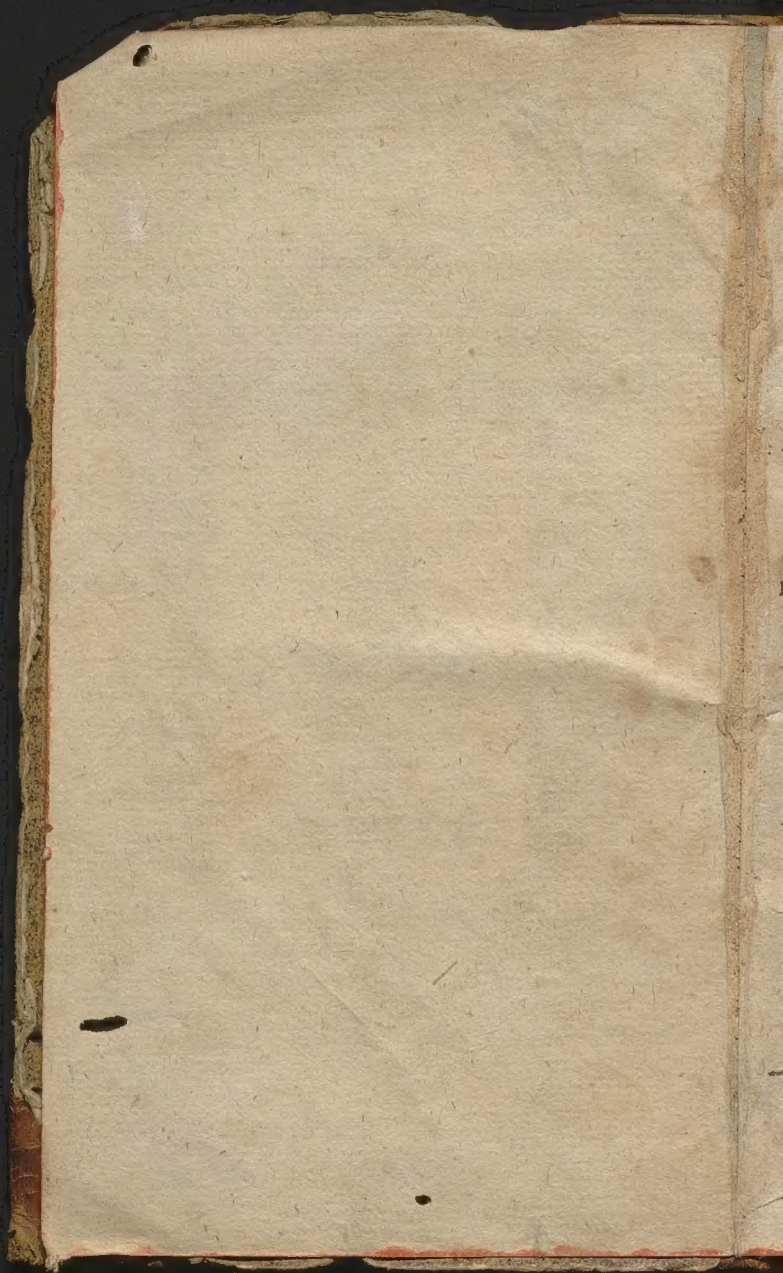
-

-

-

-

-





# GEOMETRYA

CZYLI

## NAUKA O ZIEMIOMIERNICTWIE

Ku snadnieyszemu wyższy Matematyki  
poznaniu służąca, z przystosowanemi  
do zażycia oneyże w praktyce  
sposobami

### KROTKO ZEBRANA

Przez X. PATRYCEGO SKARADKIEWICZA Schol. Piarum.  
Matematyki y Filozofii Professora.



w WARSZAWIE 1776.

w Drukarni J. K. Mei y Rzeczypospolitey  
p. X. Scholarum Piarum.

lnych  
iedzy  
zrze-  
imie,  
z po-  
emio-  
st, co  
prze-  
ge.  
lepiey  
ozofia  
y o-  
ności  
awet,  
h, do  
nania  
rzeni-

trzey  
zna-  
lozofii  
h wy-  
nsem;  
ogul-  
h po-  
powie-  
y w  
kiego  
t, treść  
pra-

Si quis ab omnibus artibus segregaret nume-  
randi, dimetiendique & ponderandi scien-  
tiam, vile quiddam esset, quod unicuique  
restaret.

*Plato in Philabo.*

*Od wszystkich sztuk y rzemioſt odcignanyſzy u-  
miętność rachuby, miernictwa y wazenia;  
bardzo licha część kaźdey zoſtałaby ſię.*

588150

I

Bibl Jagiell

1994 K.561/2

(12)



# PRZEMOWA

O potrzebie y pożytku Nauk Matematycznych.

**C**Ześć tę Filozofii, która o rzeczy naturalnych istocie, własnościach y przedziwnych między niemi widocznie okazujących się skutkach, szczególniejszą podając wiadomość, Fizyki ma imię, chcieć zrozumieć, a do umiejętności oneyże bez początkow Matematyki y iakiegokolwiek nauk Ziemiomierzniczych poznania przystępować, iednoż jest, co w ciemnościach bez światła, w ślepotie bez przewodnika, w bardzo mylną zapuszczać się drogę.

Co nie tylko w tych naszych szczęśliwych y lepszym oświeconych prawdzi się czasach, w które Filozofia na gruncie nauk Matematycznych zasadzona, y onychże spoiona ogniwem, na wysokiey doskonałości wygurowała stopień, ale w naydawniejszych nawet, które początek y wzrost dały Filozofii wiekach, do rzeczy naturalnych umiejętności bez poznania wprzód, y dobrego nauk Matematycznych przeniknienia, kroku iednego nie czyniono.

Plato zaiste, Pitagoras, y Arystoteles, trzey wielcy Filozofii Mistrzowie y Poprzedziciele znakomitsi, naukę Matematyki tak dalece do Filozofii bydź potrzebną rozumieli, że pierwszy z nich wystawionym nade drzwiami szkoły swojej napisem: Nemo Geometriæ expert intrato, wszystkim ogólnie, ktorzyby wprzód Nauk Matematycznych poznania nie mieli, od szkoły swojej wstret zapowiedział. Drugi zaś Matematykę tyle ukochał, y w tak wysokim miał szacunku, że procz wielkiego, które z wynalazkow iego wzięła powiększenia, treść

❧   ❧   ❧

prawie całą Filozoficznych nauk swoich tajemnicami  
iey, ludowi mniej znanymi, pokryć usiłował.

*A Arystoteles w szkole Platona lat 20. pewnie nie  
bez wielkiego w rzeczach Matematycznych postępu  
strawiwszy, całą potym Filozofią swoją onemi zwią-  
zał y napelniał, iako zbior ich przez Blankana z  
ksiąg jego wyjęty, rzeczywiście tego dowodzi. Epi-  
kura zaś y Demokryta ktokolwiek Filozoficzne nauki,  
złotym przez Lukrecyusza wierszem odlane czytał,  
przyzna niezawodnie, że Matematyka duszą ie od-  
żywiającą, y fundamentalną ich jest sprężyną.*

*Dopieroż w ostatnich przed nami wiekach po o-  
swobodzeniu z opłakaney Arabow y Perypatetykow  
niewoli, nauk Filozoficznych, ile do ich wzrostu, y  
obfitych w każdą profesję spoleczeństwa ludzkiego  
z ich poznania wypływających pożytków, wiekopo-  
mney godni sławy Mężowie, Galileusz, Kartezy,  
Leibnicy, Newton y rozliczni inni Matematycze-  
mi swoimi dopomogli wynalazkami, każdy nie-  
zbicie przekonać się może z tey iedney powieści,  
że od ich czasow o Filozofii bez Matematyki mo-  
wić, toż samo jest: co z Grekami, lub z Chińczy-  
kami przedstawiać, a Greckiego, lub Chińskiego ie-  
zyka najmniejszey nie mieć wiadomości, zgoda:  
Filozofowie wiekow naszych szczegulny swoy do  
obcowania z sobą y wcale od wszystkich innych ro-  
żny mając ięzyk, a ten Matematyczny, bez ktore-  
go ani się do zrozumienia innych wyexplikować,  
ani od innych zrozumianemi bydź mogą.*

*Zkądby zaś nauki Matematyczne początek swoy  
wzięły, tak jest niepewna, iak to niezawodna, że  
w naydawniejszey nawet starożytności pierwsza o  
wynalezieniu ich, nad ktorekolwiek inne umiętno-  
ści jest wzmianka. Sama właśnie naydawniejszych  
wiekow*



❧ ❧ ❧

wiekow odległość początek y Źródło ich w niepa-  
mieci zagrzebliſzy, doſcięgnąć nam go nie pozwoliła.

Odsyłam ia wraz z innemi oſwieconemi Dzie-  
iopisami do liczby baiek powieſć ową, iakoby przed  
potopem ieſzcze nauki Matematyczne kwitnąć miały,  
y że ich skutkiem były dwie kolumny: iedna z ka-  
mienia, druga z cegły przez potomkow Adama  
wystawione, o których Józef Zydowin ſwiadczy,  
bo te nie mniejszey, iak tyle innych od niego napi-  
ſanych czynow wątpliwości podpadaią.

Jeżeli atoli potrzeba, mathę ieſt wſzyſkich ſztuk  
y umiejętności, toć iak tylko ludzie graniczyć z  
sobą, ſtawiać dla pomieſzkania domoſtwa, machin  
y instrumentow potrzebom ludzkim użytecznych za-  
żywać, wſpolny między sobą handel prowadzić za-  
czeli, tak zaraz pierweſze nieomylnie Matematyki,  
bez ktorey to wſzyſtko dziać ſię nie mogło, powin-  
ni byli założyć fundamenta.

A że nadewſzyſtko u Egipcyan dla corocznego na-  
caty ich kray rzeki Nilu rozlania, przez ktore wſzy-  
ſkie grunta ich rozgraniczające, miedze y przeko-  
py zamulane bywały, tamy y inne dzielnice zna-  
ſzone; nowe po uſtępujących rzeki teyże wylewach  
zawſze ſypać kopce, nowe pol czynić rozmiary y  
ograniczenia potrzeba było, ztąd nie bez wielkiego  
do prawdy podobieńſtwa bydź rozumiem to, co  
wielu Historykow za rzecz niezawodną twierdzi, iż  
pierweſza tey części Matematyki, która rozmiar  
gruntow y mieyſc rożnych ma za cel wynalezienie,  
Egipcyanom winni ieſteſmy.

Strabona zaieſte, przed nim ieſzcze Herodota,  
naydawniejszego z Greckich Historykow na to przy-  
pada zdanie, z ktorych pierweſzego to wyraźne ieſt  
ſwiadeſtwa: Opus fuit tam diligenti ac ſubtili lo-  
corum

❧ ❧ ❧

corum divisione propter continuas finium confusions, quas auctus Nilus efficiebat, nunc addendo, nunc adimendo, nunc immutando figuras, & ligna quædam relevando, quibus proprium discernitur ab alieno, unde iterum atque iterum mensurari oportebat. Hinc ab Ægyptiis Geometriam ortum habuisse, putandum est, quemadmodum computandi scientiam & arithmeticam a Phænicibus propter mercaturam. Herodotus zaś, za ktorego zdaie się, że Strabo poszedł powagą, toż samo wybornie w sens następujący wyraża. Quodsi cuius portionem Nilus alluvione decurtasset, is adiens Regem, rei, quæ contigerat, certiolem faciebat, Rexque ad prædium inspicendum mittebat, qui metirentur, quanto minus factum esset? ut ex residuo, pro proportionem taxatum vectigal penderetur, atque hinc Geometria orta, mihi videtur in Græciam transcendisse.

Tak Herodotus, a za nim Strabo, tak tylu innych Historykow nie bez fundamentu twierdzą, co tym lepiey ieszcze przyświadczaia owe groby, piramidy y kosztowne obeliski, ktore w pierwszym Egipcie oczy całego świata y podziwienie na siebie obrocily, y o ktorych ktokohwiekby twierdził, że bez wielkiej w Matematyce doskonałości powstały, zawstydzily nie bez wielkiej dla siebie nierozumu nagany, tylu sławnych w starożytności y w wiekach naszych Matematykow, ktorzy też dzieła naywyborniejszym Matematyki iednostaynie twierdzili, y twierdzą być wizerunkiem.

Jako zaś Filozofowie Grecy po wszystkich wschodnich krajach za nauką ubiegaiąc się, zdobyć umiejętności z nich zebraną, z fowitym do Grecyi wnosili zykiem, tak żaden prawie z nich nie był, któryby



❧ ❧ ❧

ryby w przedśiewziętej tym końcem podróży swoiey Egipt pominą. Z niego zatym pierwsze do Oyczyny swoiey Matematyki wnieśli wiadomości, które tym snadniey powiększyć y do rozlicznych życia ludzkiego potrzeb przystosować im było, im prawdziwsza jest powszechnie wzięta przypowieść, że do rzeczy raz wynalezionych łatwiey jest zawsze coś dodać.

Tymci to sposobem Matematyka coraz większy w następujących wiekach wzrost dla siebie biorąc, do tey, w ktorey ją teraz widzimy, przyprowadzona jest doskonałości.

Potrzebę iey, zwłaszcza do tey części Filozofii zabierającym się, która rzeczy naturalnych, cudowney onychże harmonii, y rownie pięknych iak podziwienia godnych skutków wynikających, z ich sił wspólnie między sobą złączonych poznanie dać, dosyć rozumiem na początku zaraz samym przełożylem, do czego przydam jeszcze y to, iż Matematyka niewypowiedzianie łatwym, iasnym y przekonującym każdego rozum w swoich dowodach ułożona sposobem, niezmiernie unyści ludzki zaostrza, do sądzenia o każdej rzeczy na dobrych y niezawodnych fundamentach wprawia, a z założonych raz fundamentów czyste porządkie wyprowadzać konsekwencye przyzwyczaiła. Zkąd nie bez przyczyny wielu mądrych jest zdanie, że ktokolwiek początków Matematyki dobrze poznanych nie ma, o żadney rzeczy należycie, gruntownie y w całej iey objzerności sądzić, ani mówić potrafi.

Pożytków zaś z nauk Matematycznych na całe społeczeństwo ludzkie spływających, wybitne bardzo, gdziekolwiek się obrociemy, widziam ślady; Struktury wież, zamków, pałaców, fortec obronnych, prześli-

❧ ❧ ❧

prześliczne plantowania ogrodów, fontan<sup>7</sup> dziwnie oko kontentujących wytryskanie, znoszenie gor, w nowe obracanie rzek koryta, lub z innemi łączenie wodami, biegu ich przeciwko naturalney na pozor mieysc sytuacyi kierowanie, sypanie tam, grobel stawianie, młyny wewnętrzne y wodne, prochownie, tartaki, folusze, papiernie, rudnie żelazne, kruszczo-  
we, srebrne y złote; dopieroż w życiu obywatelskim miarkowanie, lub wynadydywanie granic, sypanie kopcow, rozmiar gruntow, łak, pol y lasow, w woysku zaś stawienie obozow, sypanie szanow, odle-  
wanie y rychtowanie dział, attak murow y wałow, bronienie onychże, woysk szykowanie, zwodzenie z placu, poścignienie zmieszanego nieprzyjaciela, budowanie mostow, rzucanie pontonow, mieysc nie-  
dostępnych przebycia. W'szystkie te sztuki czyliż nie są widocznym nader nauk Matematycznych płodem? y rzeczywistym pożytkow na narod ludzki z nich obficie spływających przeświadczeniem.

Zgola w potocznych nawet y do samey życia potrzeby przystosowanych rzemiosłach, wydział nay-  
znacznieyszy Matematyce należy się w pryncypalnych iey pionu linii y cyrkla instrumentach. Dla tego zaś, że w praktyce tylko bez okazania y przeświadczenia rozumu, iż tak bydź powinno, od mniey oświeco-  
nych rzemieślnikow zażywana bywa, tym, czym iest, być nie przestaje, y z użytkiem swoim do pierwszych wszystkich rzemiosł odwołuje się wynalazcow.

Ale o potrzebie nauk Ziemiomierzniczych naylepiey każdego przeświadczy, y nieskończone na społeczeń-  
stwo ludzkie z nich wypływające okaże mu pożytki, same onychże poznanie, ktorych krotki zbior w tey książce zamknięty, nie tylko do dalszych utorować drogę, lecz y sam z siebie użytecznym stać się może.

WSTĘP





W S T Ę P  
DO ZIEMIOMIERNICTWA  
C Z Y L I  
G E O M E T R Y I.



GEOMETRYA, czyli ZIEMIOMIERNICTWO jest część Matematyki ucząca rozmierzać wzdłuż, w szerz y w głąb ziemię, y rzeczy na niey będące.

I. Fundamentem zaś całego Ziemiomiernictwa, y źródłem, z którego wszystkie Geometryczne płyną Propozycye, są: *Definicye*, *Postulata*, y *Axiomata*.

*Definicya*, jest mowa wykładająca istotę rzeczy, lub słowa iakiego znaczenie, np. *Trojkąt*, czyli *Troywęgiel*, albo *Troygraniec*, jest plac trzema liniami obwiedziony y zamknięty.

A

Postu-

## 2 W S T Ę P

*Postulatum*, iest to, co łatwo y bez wszelkier sporki uczynić można, przeto od Geometrow tak iakby uczynione było, alleguie się np: *Linia pionową* czyli *perpendykularną*, na drugiej *Linii*, w danym na nim punkcie, postawić.

*Axioma*, iest zdanie niezawodne, z samych terminow iasne, y oczywiste. nprz: *Rzecz cała iest większa, niżeli iey część.*

II. Propozycye Geometryczne są dwoiakie, to iest: *Problemata y Theoremata*. Procz tych zaś, są ieszcze w Geometrii zażywane *Lemmata, Corollaria*, y *Scholia*.

*Problema*, iest Propozycja, która co do czynienia podaje; nprz. *Czworgraniec podługowaty, przerobić w kwadrat*, czyli *Czworgraniec dosko naty.*

*Theorema*, iest Propozycja, to w sobie zamykająca, co rozumowi tylko samego poięciu y uwadze podlega: np. *w każdym Troykacie* czyli *Triangule* *węgiel zewnętrzny* (*angulus externus*) *iest rowny dwom węglom wewnętrznym na przeciw ległym*, (*duobus internis oppositis.*)

*Lemma*, iest Propozycja służąca szczegulnie do okazania iakiego *Problematu*, lub *Theoremata*.

*Corollarium* czyli wniosek, nazywa się to, co z iakiey Propozycji już okazaney, naturalnie wypływa.

*Scholium* nakoniec, czyli Przypisek, iest uwaga nad iaką propozycyą, albo ją bardziey objaśniająca, albo iey używanie y pożytek obfzerniey wykładająca.

III. Znak ten  $\times$  iest znak Addycyi, y znaczy więcej.

Znak



Znak  $-$  znaczy mniej, y jest znak Subtrakcyi.

Znak  $=$  jest znak Równości.

IV. Ponieważ zaś *Postulata* y *Axyomata* wśzytkim Księgom następującym zarówno służą, z tey przyczyny w samych zaraz początkach, kładą się tu:

## P O S T U L A T A.

1. Z iednego ktoregokolwiek punktu, do punktu drugiego, Linią prostą poprowadzić.

2. Prostą Linią skończoną, w prost daley pociągnąć.

3. Z ktoregokolwiek Centru, z iakążkolwiek od tego centru odległością, Cyrkuł czyli koło odrysować.

## A X Y O M A T A.

*Czyli Prawdy niezawodne, przez się iasne.*

1. Rzecz cała jest większa nad swoją część, a równa wśzytkim swoim częściom wraz wziętym.

2. Dwie rzeczy równaiące się osobno z trzecią, równe także są y z sobą. Z kąd idzie: że rzecz ta, która od iedney z dwoch sobie równych jest większa, lub mnieysza; od drugiey także większa, lub mnieysza bydl musi.

3. Jeżeli do równych sobie rzeczy dodasz równe, te tak powiększone równe sobie będą.

4. Jeżeli od równych sobie rzeczy nymiesz po części równey, reszty z nich pozostałe, będą równe sobie.

5. Jeżeli do nierównych rzeczy, dodasz części równe, całe nierówne będą.

6. Jeżeli od nierównych rzeczy, uymiesz po części równej, reszty z nich pozostałe, będą nierówne.

7. Połowy iedneyże rzeczy, lub połowy rzeczy sobie równych, są sobie równe. Podobnież rzeczy, dwa, trzy, lub cztery razy większe od innej, lub od innych rzeczy sobie równych; między sobą są równe.

8. Które rzeczy zobopolnie zakrywają się zupełnie, (*quæ mutuo sibi congruunt, vel juxta Cl. Wolfium, quæ mutuo se tegunt, æqualia sunt.*) równe są; Y na odwrot: które rzeczy, tegoż samego toku czyli iednorodne, równe sobie są, te zupełnie zakrywają się.

Te zaś rzeczy wzajemnie zakrywają się, które wspólnie razem, iedna na drugiej położone, tak się schodzą, y iednoczą z sobą, że ostatnie brzegi iednej leżą na ostatnich brzegach drugiej, będąc iedne od drugich równie zakryte. np. Położywszy dwie linie stopowe, iedną na drugiej, ostatnie iednej punkta, leżeć będą na ostatnich punktach drugiej, y iedna drugą wzajemnie zakryje.

9. Dwie linie nie są ku sobie podane, ieżeli iedna nie jest bardziey nad drugą, z teyże samey strony nakłोनiona, ku iakiey trzeciej, na nie padley: np. Fig. (13. Tab. 1.) Jeżeli linie LN, IM równo ku linii OP, która przez nie jest powiedziona, na też samą stronę nachylają się, znak jest, że też linie LN, IM nie są ku sobie podane, a zatym że są równo-legle czyli (*Paralellæ.*)



# K S I Ę G A I.

O Liniach y Węglach: (*de Lineis & Angulis.*)

## DEFINICYE.

1. **W**ielkość, (*magnitudo*) znaczy to wszystko, przez co rzecz iaka porównana z drugą jednorodną, czyli tegoż samego gatunku, zowie się iey równą, lub nierówną. Przeto pod imieniem wielkości (*magnitudinis*) zamyka się rozległość miejscowa, (*extensio localis*) liczba, ruch, y czas. Geometrowie iednak, z pomiędzy tych gatunkow wielkości, rozległość miejscową, osobliwie uważają.

2. Rozległość zaś miejscowa, czyli ilkość rozłożystości rzeczy, (*quantitas motis*) jest wielkość, pewnemi okryślona granicami, mająca trzy wymiary: Długość, szerokość, y głębokość. Jeżeli ilkość (*quantitas*) uważa się tylko w zdłuż, zowie się Linją. (*Linea*) Jeżeli wzdłuż y wszierz zowie się Wierzch (*superficies*) Jeżeli zaś wzdłuż, wszierz, y wgłęb, nazywa się Bryłą czyli rzeczą miąską. (*Corpus Solidum.*)

3. Końce, czyli terminy Linii, nazywają się Punkta. Punkt zaś według Euklidesa jest znak nierozdzielny, y żadnych niemający części, lubo ie ma w samey rzeczy.

4. Linia prosta (*Linea recta*) jest, która między kończącemi ją punktami równo leży, iako Linia AB. (*Fig. 1. Tab. 1.*) Linia krzywa (*Linea*  
A3... curva).

*curva*) jest, która od prostej zdraża drogi, iako linia CD. (*Fig. 2. Tab. I.*)

Wierzch rowny, czyli płaskość (*superficies plana*) jest, po którego wszystkich częściach, linią prostą powlec można tak, żeby się ich cała razem dotykała, iako jest tablica gładka marmurowa. Wierzch zaś krzywy, czyli wypukły, będzie (*superficies curva*), jeżeli prosta linia na nim pociągnięta, razem do wszystkich jego części y punktów nie przystawa, iaki jest obwód kuli.

5. Jeżeli linie dwie, lub więcej między iednemiż położone są punktami, która z nich jest prosta, ta jest naykrotsza: iako BC. (*Fig. 3. Tab. I.*) Z krzywych zaś linii, te, które w obwodzie swoim inrze zamykają, są większe nad te, które w ich wypukłości mieszczą się. Tak linia CdB większa jest, niżeli linia CeB. Co jednak w ten czas tylko prawdzi się, kiedy też linie krzywe na iedną tylko podane są stronę; bo gdyby linia ta, która się w innej zawiera, wężykiem szła, na różne podająca się strony, na ten czas mogłaby być większą nad tę, w której wypukłości mieści się, tak linia CfB, większa jest niżeli CAB.

6. Linie wszędzie równo od siebie odległe, które y naydaley wprost pociągnięte, nigdyby się ku sobie nie skłoniły, nazywają się równo-ległe (*Parallelæ*) takie są: AB, y CD. (*Fig. 4. Tab. I.*)

7. Dwóch Linii w iednym punkcie stykających się z sobą, lecz nie wprost leżących, wzajemnie iedney ku drugiej nachylenie się, zowiemy kątem, czyli węglem, (*angulus*) iaki jest BAC. (*Fig. 5. Tab. I.*) Punkt zaś, w którym się dwie linie



linie stykają, zowiemy Wierzchołkiem Węgła, (*Vertex Anguli*) Linie węgieł czyniące bokami węgła, (*latera anguli*) każdy zaś pospolicie węgieł, wyraża się albo jedną literą, a tą u wierzchołku węgła, lub w samym węgle położoną; albo trzema, z których ta, która we środku kładzie się, wskazuje sam węgieł. W ten czas zaś osobliwie trzema literami węgly wyrażać potrzeba, kiedy ich przy jednym punkcie jest więcej.

Wiedzieć zaś potrzeba, że wielkość węgła nie z długości linii węgieł czyniących, lecz wzajemnego ich do siebie nachylenia, miarkować należy; tak węgieł *DEF*. (*Fig. 6. y 7. Tab. I.*) większy jest, niżeli węgieł *GHI*. Bo linie *FD*, *FE* acz krótsze, mniej są do siebie nachylone, a zatem bardziej rozkrążone, niżeli linie dłuższe *HG*, *HI*.

8. Węgły od dwóch linii na wierzchu (*in superficie*) położonych zrobione, zowią się węgly wierzchowe, (*anguli superficiales*) y jeżeli ten wierzch jest płaski, węgly płaskie, (*anguli plani*) jeżeli wypukły, węgly wypukłe (*anguli sphaerici*) nazywają się.

9. Węgieł prostoboczny (*angulus rectilineus*) jest, który dwie linie proste robią, iaki jest węgieł *BAC*. (*Fig. 5. Tab. I.*) Węgieł krzywo-boczny (*curvilineus*) jest, który robią dwie linie krzywe, iaki jest *LMN*. (*Fig. 8. Tab. I.*) Węgieł różno-boczny (*angulus mixtus*) jest, który robi jedna linia prosta, a druga krzywa, iaki jest węgieł *OPQ*. (*Fig. 9. Tab. I.*)

10. Każdy węgieł, albo jest prosty. (*Angulus rectus*) albo tęp, czyli wklęsły, (*angulus obtusus*) albo ostry, czyli spiczasty. (*angulus acutus.*)

## 8 K S I Ę G A I.

11. Węgiel prosty jest ten, któremu, jeżeli wprost bok ieden od wierzchołku węgla pociągniesz, iany z drugiej strony węgiel ze wszystkim równy wypadnie. Tak prosty węgiel jest BEA. (Fig. 10, Tab. 1.) Jeżeli pociągnąwszy bok BE do punktu C, węgiel AEC z drugiej strony jest mu zupełnie równy, ztąd naturalnie wnies, że wszystkie węgly proste, są sobie równe.

12. Kiedy więc linia prosta AE. (Fig. 10. Tab. 1.) postawiona na linii prostej BEC, na żadną nie skłania się stronę, a tym samym węgly z obydwóch stron robi równe; obydwie te węgly AEB y AEC będą proste. Linia zaś AE, na drugiej prosto stojąca, zowie się linia pionowa. (*perpendicularis*.)

Corollarium czyli Wnioszek: Linie pionowe, ab, cd, ef, (Fig. 11. Tab. 1.) dwiema liniami równoległemi (*Parallelis*) AB, CD. zaięte, są sobie równe (*przez Definięą szóstą*.)

13. Węgly, które mają ieden bok wspólny, y które z obydwóch stron tegoż boku leżą, nazywają się węgly przyległe, (*anguli demceps positi*) iako AEB. y BED. (Fig. 10. Tab. 1.) Pociągnąwszy zaś linią BE do punktu C, iako linia AE, poprowadzona jest do punktu D, będą węgly BEA y DEC, nazwane wierzchołkiem przeciwległe. (*anguli ad verticem oppositi*.)

14. Węgiel tępy (*angulus obtusus*) zowiemy, który jest większy od węgla prostego. Taki jest węgiel EDC. (Fig. 12, Tab. 1.)

15. Węgiel zaś ostry (*angulus acutus*) jest ten, który od prostego jest mniejszy, iako węgiel EDB. (na teyże samey Fig.) Ztąd rzecz oczywista



wista jest, że węgly tak tępe, iako y ostre, mogą być jedne od drugich większe, lub mnieysze.

16. Linia prosta, iaka jest  $OP$  (Fig. 13. Tab. I.) przez dwie ktorekolwiek linie proste poprowadzona, wiele rozmaitych robi węglow. Y tak węgly  $NAO$ ,  $OBL$ ,  $MGP$ ,  $IHP$  nazywają się węgly zewnętrzne. (*anguli externi*) Węgly  $NCP$ ,  $MEO$ ,  $LDP$ ,  $IFO$  nazywają się węgly wewnętrzne. (*anguli interni*) Węgly zaś  $NCP$  y  $MEO$ , albo  $LDP$  y  $IFO$ . zowią się z iedneyże strony wewnętrzne (*interni ad eandem partes*) Węgly  $NCP$  y  $OFL$  tudzież  $LDP$  y  $MEO$ . są na przemiany ległe. (*anguli alterni*.) Nakoniec  $OFL$  y  $OBL$ , albo  $MEO$  y  $NAO$  zowią się węgly wewnętrzny y zewnętrzny z iedneyże strony przeciwn ległe. (*angulus internus & externus ex eadem parte oppositi*.)

PROPOZYCYA I.

Prosta linia postawiona na drugiej, czyni albo dwa proste przyległe sobie węgly, albo dwom prostym rowne. (Fig. 12. Tab. I.)

Okazanie, albowiem jeżeli linia  $AD$  postawiona na linii  $CDB$ . jest pionowa (*perpendicularis*;) będą węgly  $ADB$  y  $ADC$  z obydwóch stron proste (przez Definicję 11. y 12.) Jeżeli zaś linia  $ED$  z ukosa stoi na teyże linii  $CDB$ , postawmy linią pionową  $AD$ . Ponieważ węgly  $EDB$  ostre. y  $EDC$  tępy, tyle zajmują mieysca, ile węgly proste  $ADB$  y  $ADC$  y dla tego razem złożone z tamtymi, zupełnie zakrywają się, z tey przyczyny są im rowne. (przez *axioma* 8.) co było do okazania.

Corol-

## Corollarya, czyli Wnioski.

*Wniosek I.* Tymże samym sposobem dowieść można, iż jeżeli na jedney linii w jednymże punkcie, kilka linii stoi, wszystkie węgły od tych linii zrobione, są równe dwom węgłom prostym. (*Taż Figura 12. Tab. I.*)

*Wniosek II.* Gdy się dwie linie iakokolwiek przecinaia, iako AED y BEC, (*Fig. 10. Tab. I.*) w punkcie przecięcia owego, robią albo cztery proste węgły, albo czterem prostym węgłom równe.

*Wniosek III.* Wszystkie węgły koło jednegoż punktu C leżące, (*Fig. 14. Tab. I.*) równe są czterem węgłom prostym. (*przez axioma I.*)

## PROPOZYCYA II.

Węgły wierzchołkiem przeciw ległe (*anguli ad verticem oppositi*) są równe. (*Fig. 13. Tab. I.*)

Okazanie. Węgiel B y węgiel A razem wzięte, są równe dwom węgłom prostym (*przez Propozycyą I.*) tudzież węgiel C y węgiel A razem, dwom także prostym węgłom są równe. (*przez Propozycyą I.*) Przeto węgły C y A razem wzięte, węgłom B y A razem wziętym równe są; (*przez Axioma drugie*) a zatyżm odiaawszy wspólny węgiel A, zostaną węgły B y C zupełnie sobie równe. (*przez Axioma czwarte*) Lecz węgły B y C są wierzchołkiem przeciw ległe; (*ad verticem oppositi*) (*przez Definicją 13 zstę.*) Więc węgły wierzchołkiem przeciwległe, równe są, co było do okazania.

## PROPOZYCYA III.

Jeżeli linia prosta OP dwie linie równoległe (*parallelas*) NL y MI przecina, czynn węgiel wewnętrzny-



wewnętrzny, zewnętrznemu z iedneyże strony przeciw-legtemu rowny. (*angulum externum, angulo interno ad eandem partem opposito æqualem.*) (*Fig. 13. Tab. 1.*)

Okazanie, Ponieważ linie LN y IM są równoległe (*parallelæ*) więc ku linii OP na iednę stronę równo są nakłonięte. (*przez Definię 6.*) z tej przyczyny węgiel  $B = F$ , tudzież  $A = E$ , (*przez Defin: 7.*) to jest, węgły zewnętrzne y wewnętrzne (*przez Defin: 16.*) z iedneyże strony przeciw-ległe, są równe. Co było do okazania.

PROPOZYCYA IV.

Węgły na przemian ległe (*anguli alterni*) są sobie równe. (*Fig. 13. Tab. I.*)

Okazanie, Węgiel B rowny jest węglowi C w wierzchołku przeciw-legtemu (*ad verticem opposito*) (*przez Propozycyę 2.*) Lecz tenże węgiel B rowny jest węglowi F. (*przez Propozycyę 3.*) Więc węgiel C (*przez Axioma 2.*) rowny jest węglowi F, to jest węgły na przemian ległe, są sobie równe. (*przez Defin: 16.*) Co było do okazania.

PROPOZYCYA V.

Gdy linia prosta, dwie linie równo-ległe przecina, węgły wewnętrzne na iedneyże stronie (*angulos internos ad eandem partem*) robi dwom węglom prostym równe. (*Fig. 13. Tab. I.*)

Okazanie. Węgły na przemiany-ległe (*alterni*) C y F są sobie równe. (*przez Propozycyę 4.*) Ale węgły C. y D. przyległe (*deinceps positi*) są równe dwom węglom prostym. (*przez Propozycyę 1.*) Więc zamiast węgła C, wzięwszy iemu rowny.

wny węgiel F, który iest drugiem na też samę stronę z węglem D. wewnętrzny (przez Definięć leg. 2. 16.) będzie wraz z innym dwóm węglom prostym. Co było do okazania.

## WNIOSEK I.

Wniosek I. Gdy dwie linie LN y IM. (Fig. 13. Tab. I.) z trzecią linią OP czynią węgly B y F sobie równe, to iest węgiel zewnętrzny rowny wnętrznemu na też samę stronę przeciw-ległemu, (angulum externum, aequale angulo interno ad eandem partem opposito) znak iest, że dwie wspomniane linie zarowno nachylają się do linii OP a zatyń że są rowno-legle. (przez Axioma 9.)

Wniosek II. Jeżeli węgly C y F na przemian-ległu (alterni) są sobie równe; y linie LN, IM, są rowno-legle. Ponieważ bowiem węgly w wierchołku przeciw-legle B y C, są sobie równe; (przez Prop. II.) a węgiel C. rowny także iest węglowi F, podług założoney kondycyi; będzie zatyń  $B = F$ , (przez Axioma 2.) to iest węgiel zewnętrzny rowny węglowi wnętrznemu na też samę stronę przeciw-ległemu. A przeto linie LN, IM, będą rowno-legle. (przez Wniośki poprzedzające.)

Wniosek III. Jeżeli węgly D y F wewnętrzne na iednę stronę (interni ad eandem partem) są równe dwóm prostym węglom, tedy y linie LN y IM będą rowno-legle. Gdyż węgly B y D przylegle (deinceps positi) są równe dwóm prostym węglom; (przez Prop. I.) ale podług założoney kondycyi, węgly D y F są także dwóm węglom prostym równe; zacyń węgly B y F zewnętrzny y wewnętrzny, są sobie równe. (przez Axioma

ę stro- 2. y 4.) Ztąd idzie, że y linie LN, IM, są równo-  
liniową ległe. (przez Wniosek I. Propozycji V.)  
egłom

## PROPOZYCYA VI.

Fig. 13. Linie równo-ległe względem ktoreykolwiek linii  
B y F prostej, są także y od siebie równo-ległe. Tudzież  
rowny linia, która jest równo legła, względem iedney z  
gleau, kilku lub z kilkunastu równo ległych linii, tym sa-  
mym równo-ległą będzie względem wszystkich. (fig.  
II. Tab. I.)

d-ea- Okazanie Części Pierwszey. Jeżeli linie proste  
wipo- AB, EF. są równo-ległe od linii CD, tedy piono-  
wii OP we linie ab, ef, iako też bm, fn są między sobą  
9.) równe (przez Wniosek Definicji 12.) równe oraz  
ian-le- am, en, linie także pionowe. (przez Axioma 3.)  
IM, są Więc linie AB, y EF są od siebie równo-ległe.  
wierz- (przez Defini: 6.) Co było do okazania.

przez Okazanie Części Drugiey. Jeżeli linie AB. CD. są  
głowi równo-ległe. a EF jest równo-ległą od iedney z  
B = F, nich AB; będzie  $ab = ef$ , y  $am = en$  (przez Wnio-  
etrzny ski Defini: 12.) A ztym będzie  $bm = fn$ . (przez  
ę stro- Axioma 4.) Więc linie EF, CD będą równo-ległe.  
będą (przez Definię 6.) Co było do okazania.

)  
etrzne  
) są  
LN y  
rzyle-  
ostym  
żoney  
egłom  
etrzny  
xioma  
4.)



## K S I Ę G A II.

O Troygranach, Czwergranach, Pięciogranach,  
Sześciogranach, y innych Wielogranach.

### D E F I N I C Y E

#### CZYLI OPISANIE GRUNTOWNE.

1. **F**igura Ziemiomiernicza, jest plac zewsząd zawarty. Przeto ani węgiel, ani dwie linie proste, mogą być nazwane figurą ziemiomierniczą; bo placu zewsząd zawrzeć nie mogą, na co prostych linii naymnoiej trzy potrzeba.

2. Figury Ziemiomiernicze iedne są płaskie, (*Figurae planae*) drugie miążskie, (*Figurae solidae*.)

3. Figura płaska, jest wierzch iedną, lub więcej liniami obwiedziony. Ktore to linie jeżeli są proste, Figura zowie się prosto-boczna. (*Rectilinea*.) Jeżeli krzywe, krzywo-boczna. (*Curvilinea*) Jeżeli linie są częścią proste, częścią krzywe, różno-boczna. (*mixta*.)

4. Linie, w których Figury Ziemiomiernicze zamykają się, razem wzięte, zwiemy okrążeniem, czyli obwodem. (*Circumferentia, vel Circuitus, vel Perimeter*.) A zatym Figury rowny obwód mające, zowią się równo-obwodne. (*Iso-perimetrae*.)

5. Z pomiędzy wszystkich Figur krzywo-bocznych y różnobocznych, Geometrowie naywięcej uważają Koło, (*Circulum*) albo część koła nazwaną Łukiem. (*Arcus*.) Ale o kole w trzeciej Księdze mówić będziemy. A z pomiędzy Fi-

gur

gur prosto-bocznych, Figura naymniey zabierająca linii, bo tylko trzy, iest Troygraniec, Tryangul, albo Troyką. ( *Triangulum*, *Trigonum* ) na który wszystkie inne Figury przerobić można.

6. Troygraniec zaś albo Tryangul, iest plac trzema liniami zewsząd zamknięty.

7. Różność Troygranicow uważamy, albo co do węglow, albo co do bokow. Co do węglow: albo w Troygrancu iest ieden węgiel, czyli kąt prosty; y taki Troygraniec nazywa się prosto-kątny, ( *Triangulum rettangulum* ) iaki iest BAC. ( *Fig. 15. Tab. I.* ) Albo ieden kąt ma tępy; y nazywa się tempo kątny, ( *amblygonium*, *vel obtusangulum* ) iaki iest DEF. ( *Fig. 16. Tab. I.* ) Albo wszystkie kąty ma ostre czyli śpiczaste; y zowie się ostro-kątny, ( *Oxygonium vel Acutangulum* ) iaki iest GHI, albo KML. ( *Fig. 17. y 18. Tab. I.* )

8. Co się zaś tycze bokow, ( *Latera* ) względem tych uważając Troygraniec, albo ma wszystkie trzy boki równe, y zowie się Troygraniec równo-boczny, ( *Equilaterum* ) iaki iest Troygraniec GHI, ( *Fig. 17. Tab. I.* ) albo ma wszystkie boki nierówne, y zowie się Troygraniec nierównoboczny, ( *Scotenum* ) iaki iest ABC. ( *Fig. 15. Tab. I.* ) albo dwa tylko boki jego są równe, y nazywa się ( *Isosceles* ) równo-nożny. Jaki iest KML. ( *Fig. 18. Tab. I.* )

9. Gdy w Troygrancu dwa boki razem bierzemy, te zowią się nogi Troygranca, ( *Crura Trianguli* ) a trzeci nazywa się bazą, czyli podstawkiem. ( *basis Trianguli* ) Którykolwiek bok za bazę czyli podstawkę wziąć można; w Troygrancu iednak prosto-kątnym, ( *rettangolo* ) y w Troy-

Troygrańcu tempo-kątnym (*obtusangulo*) bierze się ordynaryinie za bok największy, to jest, węgłowi prostemu, lub tempemu przeciw-legły. Procz tego w Tryygrańcu prosto-kątnym, bok naprzeciw węgła prostego leżący, zowi się *Hipotenuzą*; w Troygrańcu zaś równo-bocznym (*in Triangulo equilatero, vel isoscele*) bok nierówny za zwyczaj bierze się za bazę.

10. Czworgraniec, (*Quadrilaterum*) jest Figura Ziemiomierznicza cztery boki, y cztery kąty mająca.

11. Jeżeli w Czworgrańcu przeciw-ległe boki są równo-ległe, (*si opposita latera sunt parallella*) tedy się zowie równo-ległym grzańcem, (*Parallelogrammum*) iaki jest ABCD. (*Fig. 19. Tab. I.*) Jeżeli zaś wspomniane boki nie są równo-ległe, zowie się Czworgraniec niezgrabny, (*Trapezium*) iaki jest EFGH. (*Fig. 20. Tab. I.*)

12. Równo-legły graniec mający wszystkie kąty czyli węgły proste, (*rectos angulos*) zowiemy prosto kątym grzańcem, (*Rectangulum*) iaki jest IKLM. (*Fig. 21. Tab. I.*)

13. Jeżeli wszystkie prostokątnego grzańca boki są między sobą równe, czynią kwadrat, czyli Czworgraniec doskonały, (*Quadratum*) iako CD EF. (*Fig. 22. Tab. I.*) Jeżeli zaś przeciw-ległe tylko boki są równe, czynią Czworgraniec podługowaty, czyli niedoskonały (*Rectangulum altera parte longius*) iako IKLM. (*Fig. 21. Tab. I.*)

14. Jeżeli w Czworgrańcu równo-ległe-bocznym (*in Parallelogrammo*) węgły nie są proste; ten, albo wszystkie boki ma równe, y zowie się Kwadrat skrecony, (*Rhombus*) iaki jest GHK. (*Fig. 23. Tab. I.*) albo przeciw-ległe tylko boki ma równe,



wne, y zowie się Czworgraniec podługowaty skręcony, (*Rhomboides*) iaki jest ABCD (*Figura 19. Tab. I.*)

15. Linia poprzeczna, (*diameter, diagonalis*), jest linia prosta, która od iednego węgła, do drugiego przeciw-ległego, środkiem iakiegokolwiek Czworgrańca ciągnie się; iako BC. (*Fig. 24. Tab. I.*)

16. Na linii w Czworgrańcu poprzeczney BC (*Fig. taż sama*) przez punkt którykolwiek nprz: I., poprowadziwszy dwie proste linie EF, GH, dwom stykającym się Czworgrańca bokom równoległe; cały ow Czworgraniec podzielony zostanie na cztery inne Czworgrańce, z których dwa EG, HF zowią się Czworgrańce koło linii poprzeczney. (*Parallelogramma circa diametrum.*) Drugie zaś dwa AI, GF, Czworgrańce dopełniające (*Complementa.*) Każdy Czworgraniec, albo czterema węgelnymi literami, albo dwiema naprzeciwko węgelnymi, wyraża się.

17. Jeżeli Figura Ziemiomiernicza węglow y bokow ma więcej nad cztery; zowiemy ją w powszechności Figurą wielo-boczną, albo Wielokątem. (*Polygonum.*) Jeżeli ma sześć bokow, zowie się sześćcio-boczna, albo sześćcio-kąt, (*Hexagonum.*) jeżeli siedm, siedmio-kąt. (*Heptagonum.*)

18. Wielokąt porządný, czyli regularny (*Polygonum ordinatum, vel regulare*) jest, który wszystkie boki y węgły ma równe.

# PROPOZYCYA I.

W każdym troygrańcu summa trzech węglow, równa jest dwom węglom prostym. (*Fig. 25. Tab. I.*)

Okazanie. W troygrańcu CAB, wierzchołkiem A  
B niech

niech będzie poprowadzona linia EF równo-legła bazie CB. (przez Postul. 1.) Węgiel c. y węgiel b, przyległe węglowi A, razem z tymże węglem A wzięte, równe są dwóm węglom prostym. (przez Wniosek I. Prop. I. y Księgi I.) Ale węgiel c równy jest węglowi C, a węgiel b równy jest węglowi B, (przez Prop. IV. Księgi I.) więc zamiast węglow c, b, wzięwłszy im równe węgly C, B, tak te, iako y tamte razem z węglem A wzięte, równe będą dwóm węglom prostym. (przez Axioma III.) Co było do okazania.

### W N I O S K I.

*Wniosek I.* Każdego Troygrańca trzy węgly razem wzięte, są równe trzem węglom razem wziętym ktoregokolwiek innego Troygrańca; zawsze bowiem są równe dwóm węglom prostym.

*Wniosek II.* W każdym Troygrańcu zawsze muszą być dwa węgly śpiczaste, czyli ostre. (*anguli acuti.*) Bo gdyby tylko jeden śpiczasty, dwa drugie byłyby proste, albo wklęsłe, a zatym wszystkie trzy razem wzięte, wynosiłyby więcej nad dwa węgly proste, co się iawnie sprzeciwia dopiero okazanej Propozycji.

*Wniosek III.* Jeżeli w Troygrańcu jeden węgiel jest prosty, drugie dwa razem wzięte, są równe prostemu węglowi.

*Wniosek IV.* Węgiel w troygrańcu równy dwóm innym tegoż troygrańca węglom, jest prosty.

*Wniosek V.* Ile razy w iednym troygrańcu dwa węgly, czy razem, czy pojedynczo wzięte, równe są dwóm węglom razem, albo pojedynczo wziętym drugiego troygrańca, tylekroć y węgiel trzeci musi być równy trzeciemu.

PROPOZYCYA II.

*IV* każdym troygrańcu węgiel zewnętrzny, rowny jest dwóm węglom wewnętrznym przeciw-ległym, to jest węgiel  $d = C + A$ . (Fig: 25. Tab. I.)

Okazanie. Węgły  $d$  y  $B$  rowne są dwóm węglom prostym, (przez Prop. I. Księgi I.) lecz węgły  $A, C, B$  są także rowne dwóm węglom prostym. (przez Prop. I. Księgi II.) Więc węgły  $d + B = A + B + C$ . (przez Axioma II.) A zatem odciawszy wspólny węgiel  $B$ , będzie  $d = A + C$ . (Axioma 4.) to jest węgiel zewnętrzny będzie rowny dwóm węglom wewnętrznym przeciw-ległym. Co było do okazania.

WNIOŚKI.

*Wniosek I.* Zewnętrzny węgiel większy jest, niżeli którykolwiek w Troygrańcu węgiel wewnętrzny przeciw-legły.

*Wniosek II.* (Fig. 26. Tab. I.) Jeżeli od końców iednego w Troygrańcu boku, np. od końców boku  $AB$ , prowadzone będą dwie linie  $AO, BO$ , takie żeby się w samym placu Troygrańca schodziły, te linie, lubo będą mniejsze, niżeli boki  $AC, CB$ , większy jednak zajmą węgiel  $AOB$  niżeli jest węgiel  $ACB$ . Pociągnawszy bowiem linią  $AC$ , wprost do punktu  $F$ , węgiel  $AOB$ , większy jest niżeli węgiel  $AFB$  przez Wniosek poprzedzający. Ale y węgiel  $AFB$  większy jest, niżeli węgiel  $ACB$ , przez tenże sam Wniosek, więc węgiel  $AOB$  tym bardziey większy będzie nad węgiel  $ACB$ .

PROPOZYCYA III.

Węgiel w Troygrańcu większy jest ten, który nad-  
B2 prze-



przeciw większego boku leży; y na odwrót, bok troygrańca większemu węgłowi przeciw-legły, większy jest nad inne. ( Fig: 16. Tab. I. )

Okazanie części pierwszej. Daymy, że bok DF Troygrańca DEF, jest większy, niżeli bok EF. To otrzymawszy, mówię: że węgiel DEF, większy jest, niżeli EDF mniejszemu bokowi przeciw-legły. Oczywista albowiem rzecz jest: że linie DE, EF większy bok DF obeymujące, bardziey są rozkraczone, niżeli DE, DF, które mniejszy bok EF obeymują. A że wielkości węgła miarą jest rozkraczenie linii tenże węgiel robiących, ( przez Defin: 7. Księgi I. ) z tey przyczyny węgiel DEF, większemu bokowi DF. przeciw-legły, większy jest, niżeli węgiel EDF, naprzeciw mniejszego boku EF leżący.

Okazanie części drugiey. Daymy wzajemnie, że węgiel DEF, większy jest, niżeli węgiel EDF. Ponieważ więc linie DE, CF, bardziey są rozkraczone, niżeli ED, DF; ( przez Defin: 7. Księgi I. ) przeto ostatnie punkta D, F, bardziey są od siebie odległe, niżeli punkta E, F. Ztąd linia DF łącząca punkta D, F, większa być musi, niżeli linia EF, która łączy punkta E, F. Lecz linia DF, jest bok przeciw-legły większemu węgłowi E; linia zaś EF, jest bok przeciw-legły mniejszemu węgłowi D; więc bok w Troygrańcu większemu węgłowi przeciw-legły większy jest; mniejszemu, mniejszy. Co było do okazania.

### W N I O S K I.

Wniosek I. W troygrańcu równo-bocznym GHI. ( Fig: 17. Tab. I. ) wszystkie trzy węgly są między sobą równe, bo równym bokom przeciw-legle;  
są

są także wszystkie śpiczaste, czyli ostre, bo wszystkie nie mogą być, ani proste, ani wklęsłe. (*przez Wniosek II. Prop. I. Księgi II.*)

*Wniosek II.* W Troygrańcu KML (*Figura 18. Tab. I.*) jeżeli dwa boki MK, ML, są równe, węgły także K y L, przy bazie leżące, są równe; gdyż są przeciw-ległe równym bokom; a na odwrot, jeżeli węgły K y L leżące przy bazie KL są równe, boki także MK, ML, leżące naprzeciw równych węgłów, równe być muszą, y Troygraniec KML, jest równo-nożny. (*Isosceles.*)

*Wniosek III.* Linia pionowa AB [*Fig. 27. Tab. I.*] jest najkrótsza ze wszystkich linii, które od punktu A do linii prostej BC poprowadzone być mogą. Bo ponieważ węgiel B jest prosty, [*przez Defini. 12. Księgi I.*] węgiel ACB być musi śpiczasty. [*przez Wniosek II. Prop. II. Księgi II.* Dla tego linia AB mniejsza jest niżeli którakolwiek z linii AC. [*przez Propozycyę III. Księgi II.*]

*Wniosek IV.* Z jednego punktu do jakiegokolwiek linii prostej, jedną tylko linią pionową poprowadzić można. Wszystkie zaś inne którekolwiek z owego punktu do tejże linii poprowadzone będą, pionowe nazwać się nie mogą. [*przez Definię 12. Księgi I. y przez Wniosek III. Prop. niniejszey.*]

PRZYPISEK. Na fundamencie tej Propozycyi, dożyć można wysokości wieży, lub iakiegokolwiek gmachu, z cienia od nich exzucanego. Gdy albowiem Słońce na czterdzieści pięć gradusów podniesione jest nad horyzontem. (a) na ten czas cień, który

B 3 wieża

[a] Podniesione zaś Słońce bywa nad horyzontem na gradusów czterdzieści pięć, w samy połowie czasu, między wschodem y południem, tudzież między po-

wieża na ziemię rzuca, zupełnie jest rowny wysokości teyże wieży. Węgiel algowiem  $ABC$  [Figura 30. Tab. I.] od wieży  $y$  od cienia iey zaięty, jest prosty, gdyż wieża pod pion stawiona, perpendykularnie stoi do linii przez cień uformowaney. Podług założoney zaś kondycyi, węgiel  $ACB$  jest połową węgla prostego, bo zamyka w sobie czterdzieści pięć gradusow, czyniących połowę gradusow dziewięćdziesiąt, ktore są wymiarem prostego węgla, [czytaj Definicją 8. Księgi III. następującej.] więc tenże węgiel  $ACB$  rowny jest węglowi  $BAC$ . [przez Wniosek III. Prop. I. Księgi II.] a zatym bok  $AB$  rowny jest bokowi  $BC$ . [przez Wniosek II. Prop. niniejszey.] Zmierzywszy więc długość cienia  $BC$ , wiadoma będzie wysokość wieży  $AB$ .

#### PROPOZYCYA IV.

W każdym Troygrańcu dwa którekolwiek boki razem wzięte, większe są od trzeciego. [Figura 16. Tab. I.]

Okazanie. Ponieważ w którymkolwiek Troygrańcu, na przykład: w Troygrańcu  $DEF$  boki  $DE$ ,  $EF$  uważać można nakształt iedney linii krzywey  $DEF$ , leżącey między temiż samemi punktami, co  $y$  linia prosta  $DF$ , zkąd oczywiście widzieć się daie, [przez Definicją 5. Księgi I.] że dwa boki  $DE$ ,  $EF$  razem wzięte, większe są, niżeli bok ieden  $DF$ . Co było do okazania.

#### PROPO-

---

łudniem  $y$  zachodem; na przykład: jeżeli wschod jest o godzinie czwartej, a zachod o godzinie osmej, w ten czas rano. o godzinie osmej, z południa zaś o godzinie czwartej słońce na czterdzieści pięć gradusow podniesione będzie.



## PROPOZYCYA V.

Jeżeli dwóch Troygrańców  $ABC$ ,  $EDF$  bok jeden  $AB$  jest równy jednemu bokowi  $ED$ , y bok drugi  $AC$  jeżeli równy bokowi drugiemu  $EF$ , prócz tego jeżeli węgł  $A$  y węgł  $E$  od tych boków zaięte, są sobie także równe, na ten czas y baza  $BC$  bazie  $DF$ , y węgł  $B$  węgłowi  $D$ , y węgł  $C$  węgłowi  $F$ , zgoda całe Troygrańce  $ABC$ ,  $EDF$  są sobie równe. [Fig: 28. y 29. Tab. I.]

Okazanie. Troygraniec  $EDF$ , położywszy na Troygrańcu  $ABC$ . węgły  $A$  y  $E$  sobie równe, wzajemnie zakryją się zupełnie [przez Axioma 8.] tymże sposobem boki  $ED$ ,  $EF$  na bokach  $AB$ ,  $AC$  leżeć będą, wzajemnie się zakrywając. [przez toż samo Axioma 8.] Dla tego trzy punkta  $D$ ,  $E$ ,  $F$  legną na trzech punktach  $B$ ,  $A$ ,  $C$ . A zatym cała baza  $DF$  legnąć musi na całej bazie  $BC$ . Ale na ten czas węgły  $D$  y  $B$ , tudzież  $F$  y  $C$ , y całe Troygrańce wzajemnie y zupełnie zakryją się; toć wszystkie boki bokom, węgły węglom, na których legły, y całe Troygrańce, muszą być sobie równe [przez Axioma 8.] Co było do okazania.

Wniosek I. Z tey Demonstracyi wypływa: iż jeżeli boki wszystkie jednego Troygrańca są równe wszystkim trzem drugiego Troygrańca bokom, ieden z drugim wzajemnie przymierzając; tedy y węgły wszystkie trzy w jednym troygrańcu, wszystkim trzem węglom w drugim troygrańcu wzajemnie sobie korrespondujący, y naprzeciw równych boków ległym, y całe Troygrańce są sobie równe. To jest: (Fig. 28. y 29. Tab. I.) jeżeli  $AB = ED$ ,  $AC = EF$ ,  $BC = DF$ , na ten czas  $A = E$ ,  $B = D$ ,  $C = F$ , y cały Troygraniec  $ABC$  równy jest Troygrańcowi  $EDF$ .

Wnio-

*Wniosek II.* Dla teyże samey przyczyny, ieżeli bok ieden, y dwa węgły temuż bokowi przyległe w którymkolwiek Troygrańcu, równe są iednemu bokowi, y dwom iemu przyległym węglom w Troygrańcu drugim; całe Troygrańce zupełnie są sobie równe; to iest: ieżeli bok BC, równy iest bokowi DF, tudzież węgiel B węglowi D, a węgiel C węglowi F, to y cały Troygraniec ABC całemu Troygrańcowi EDF równy iest. (*Figura 28. y 29. Tab. I.*)

*Wniosek III.* Jeżeli w iednym Troygrańcu dwa węgły ktorekolwiek osobno wzięte, równe są dwom którymkolwiek osobno wziętym drugiego Troygrańca węglom, tudzież ieżeli bok ieden którykolwiek tegoż Troygrańca równy iest ktoremu-  
 kolwiek iednemu w drugim Troygrańcu bokowi, to na ow czas y całe Troygrańce muszą bydź sobie równe. Co tymże samym sposobem, iako y Propozycyą dopiero wyprobowaną okazać można.

*PRZYPISEK.* [*Fig. 31. Tab. I.*] Na fundamencie tey Propozycyi bardzo łatwy mamy sposob rozmierzenia odległości dwóch mieysc A, y B z iednego mieysca C dostępnych.

Na mieyscu C podług upodobania obranym wetknij kij. Potym zmierzysz liniją AC z mieysca C, idź prosto na mieysce a poty, poki linia Ca, nie będzie równa linij AC, y tam wetknij kij drugi, tego mocno przestrzegając, ażeby punkta A, C, a, na iedneyże prostej linii leżały. To uczyniwszy, zmierz potym liniją BC. a z mieysca C udaj się na mieysce b tyle odległe od C, ile też mieysce C odległe iest od mieysca B, y tamże wetknij kij trzeci, z tąż samą ostrożnością, ażeby punkta B, C, na iedney

dney prostej linii były. Nakoniec zmierz długość linii  $ab$ ; a ta pokaże ci miarę odległości miejsca  $A$  od miejsca  $B$ , ktorey chciałeś.

Okazanie. Albowiem węgiel  $x$  y węgiel  $y$  są sobie równe, [przez Propozycyę I. Księgi I.] bok  $AC$  rowny bokowi  $aC$ , a bok  $BC$  rowny bokowi  $bC$ . Węc przez tę Propozycyę y baza  $ab$  rowna bazie  $AB$ , a tak zmierzysz linią  $ba$ , masz wiadomość odległości linii  $AB$ , czyli odległości miejsca  $A$  od miejsca  $B$ .

#### PROPOZYCYA VI.

Linią prostą  $AB$  na dwie równe części podzielić. (Figura 32. Tab. I.)

Rozwiązanie tej Propozycji. Wziąwszy cyrkiel, najprzód z punktu  $A$ , potem z punktu  $B$  z tąż samą tegoż cyrkla otwartością, zrob z obydwóch stron linii  $AB$  łuczki [arcus] przecinające się w punktach  $C$  y  $D$ . Toż punkta owe, w których się łuczki przecinają, złączywszy prostą linią  $DC$ , ta na dwie równe części podzieli daną linią  $AB$ .

Okazanie. Ponieważ w Troygrańcach  $ACD$ ,  $BCD$ , bok  $AC$  rowny jest bokowi  $CB$ , a bok  $AD$  rowny bokowi  $BD$ , [gdyż iedną otwartością cyrkla punkta  $A, C, B, D$ , są wzięte] bok zaś  $CD$  obydwom Troygrańcom jest wspólny; więc cały Troygraniec  $ACD$  rowny jest troygrancowi  $BCD$ , [przez wniosek I. Prop. V. Księgi II.] węgiel  $ACD$ , czyli  $ACE$  rowny jest węglowi  $DCB$ , czyli węglowi  $ECD$ . Ztąd y Troygrańce  $ACE$ ,  $BCE$  mające bok  $EC$  wspólny, są także sobie równe [przez Propozyc. V. Księgi II.] Gdy więc bok  $EC$  jest wspólny, a bok  $BC$  rowny bokowi  $AC$ , gdy y węgły między temiż bokami zajęte równe są; toć y Baza  $BE$  rowna jest

Bazie



Bazie EA. A zatym linia prosta AB na dwie równe części jest przecięta. Co było do okazania.

### PROPOZYCYA VII.

*Węgiel dany BAC rozdzielić na dwie części równe. (Figura 33. Tab. I.)*

*Rozwiązanie.* Otworzywszy iakóżkolwiek cyrkiel, iepu koniec iego wesprzyi na punkcie A, drugim zaś końcem na bokach AB, AC naznacz punkta D, y E. Potym z tychże punktow D y E iedną cyrkla otwartością, zrob łączki przecinające się w punkcie F, linia AF łącząca punkta A, F, dzieli na dwie równe części dany węgiel BAC.

*Okazanie.* Bo, że  $AD = AE$ ,  $DF = EF$ , a bok AF obydwom Troygrańcom ADF, AEF jest wspólny, z tey przyczyny y węgiel DAF, równy jest węglowi EAF; (przez Wniosek I. Prop. V. Księgi II.) A zatym dany węgiel BAC na dwie równe części jest rozdzielony. Co było do okazania,

### PROPOZYCYA VIII.

*Od danego punktu C do linii prostej AB, linią pionową spuścić. (Figura 34. Tab. I.)*

*Rozwiązanie.* Postaw cyrkiel w punkcie C, y iakóżkolwiek otworzywszy go, daną linią AB przetniy w punktach D, y E. Z tychże punktow D, y E, zrob z iakążkolwiek otwartością cyrkla, łączki przecinające się w punkcie F, linia prosta FG poprowadzona przez punkta F, C, do linii AB będzie pionowa.

*Okazanie.* W troygrańcach DCF, FCE bok DC równy jest bokowi CE, bok DF równy bokowi FE, (iaina rzecz z samego robienia linii tych Troygrańcow)

cow) bok FC wspólny obydwom Troygrańcom. Więc węgły DFG, GFE są równe, (przez wniosek I. Prop. I. Księgi II.) ale y boki FD, FE są równe w troygrańcach DGF, FGE, bok zaś FG wspólny, zaczym y węgły FGD, FGE temuż bokowi przyległe, są równe, (przez Prop. V. Księgi II.) a tym samym obydwą proste. (przez Definię 12.) Więc linia FG jest pionowa do linii AB. Co było do okazania.

*Wniosek I.* Podobnymże cale sposobem w punkcie C na linii AB danym, postawisz linią pionową FC, (Fig. 35. Tab. I.) gdyż bok DF będzie równy bokowi FE, bok DC bokowi CE, bok FC będzie wspólny. Ztąd węgły DCF, będzie równy węgłowi FCE. (przez wniosek I. Prop. V. Księgi II.) A z tym linia FC będzie pionowa względem linii AB.

*Wniosek II.* (Fig. taż sama) Jeżeli na końcu C linii CB, pionową linią chcesz wystawić, pociągnij linią BC wprost daley, np. ku punktowi A, a sposobem wzwyż podanym postawisz pionową linią FC na końcu C. daney linie CB.

# PROPOZYCYA IX.

*IV* troygrańcu równo-koźnym [in Triangulo Isosceles] ACB, linia pionowa CD, węgły C, Baze AB y cały Troygraniec, na dwie równe części dzieli. (Figura 36. Tab. I.)

*Okazanie.* Bok AC równy jest bokowi CB, (z Definic: Troygrańca równo-koźnego) węgły x równy węgłowi y, (przez wniosek II. Prop. III. Księgi II.) węgły o, równy węgłowi u, [przez Definię 12.] więc cały troygraniec ACD, równy jest troygrańcowi DCB. [przez wniosek III. Propozycyą V. Księgi

*Księgi II.]* Rowny zatem y m węglowi n, y bok AD bokowi DB. Żkąd oczywista rzecz jest, że linia pionowa CD, y węgiel wierzchołkowy C, na dwa węgly równe, m, n, y bazę AB, na dwie części równe AD, DB, y cały Troygraniec równo-nożny ACB, na dwa równe Troygrańce ACD, DCB dzieli. Co było do okazania.

*Wniosek I.* Jeżeli linia CD od węgla wierzchołkowego C spuszczone, bazę na połowę przecina, tym samym y węgiel C dzieli na dwa równe węgly, y do bazy AB jest pionową; gdyż Troygrańce ACD, DCB będą sobie równe, [*przez Wniosek I. Prop. V. Księgi II.]* będzie zatem y węgiel m rowny węglowi n. A że y węgiel o rowny jest węglowi u, tym samym linia, koło ktorey leżą, jest pionowa. [*przez Definicję 12.]*

*Wniosek II.* Gdy linia prosta CD, węgiel wierzchołkowy C na połowę dzieli, bazę także na połowę perpendykularnie przecina. [*przez Propozycję V. Księgi II.]*

*Wniosek III.* Jeżeli linia CD z wierzchołku C Troygrańca ACB, na bazę AB spadająca, przecina ją perpendykularnie na połowę, albo jeżeli przecinając na połowę węgiel C, pada perpendykularnie na bazę AB, znak jest, że troygraniec ACB jest równo-nożny, bo w obydwóch tych razach troygrańce ACD, DCB będą równe, będzie więc  $AC = CB$ .

### PROPOZYCYA X.

*W czworogrąncach równo-legtych [in Paralellogrammis] węgly y boki naprzeciw legte są sobie równe. (Figura 24. Tab. I.)*

*Okazanie Części I.* Ponieważ w Czworgrąncu  
równo-



rownie ległym ABCD, boki AB y CD są równo od siebie ległe, [przez Defini: II. Księgi II.] y na nie pada prosta poprzeczna linia BC, (*Diagonalis*) węgły na przemian ległe (*alterni*) ABC, BCD są równe. [przez Prop. IV. Księgi I.] y znowu że AC, y BD są równo ległe, y na nie pada też poprzeczna linia BC; węgły ACB y CBD, także na przemian ległe, są równe, to jest:  $ABC = BCD$ ,  $CBD = ACB$ , ztąd  $ABC + CBD = BCD + ACB$  [przez Axioma 3.] Lecz  $ABC + CBD = ABD$ , [przez Axioma 1.] więc  $ABD = BCD + ACB$ ; [przez Axioma 2.] A że  $BCD + ACB = ACB$ ; [przez Axioma 1.] przeto  $ABD = ACB$ , [przez Axioma 2.] Co było do okazania.

*Wniosek.* Tymże samym sposobem dowieść można, że drugie przeciw ległe węgły A y D są sobie równe.

*Okazanie Części II.* W troygrańcach CAB y CDB bok ieden CB jest wspólny, y węgły dwa temuż bokowi przyległe, są równe. [przez okazanie Części I.] Więc całe Troygrańce y boki równym węgłom przeciw-ległe, są równe. A zatym  $AC = BD$ ,  $AB = CD$ , które boki czworoka są przeciwległe.

*Wniosek.* Linie AC y BD (*Figura 19. Tab. I.*) między liniami równo-ległymi AB, CD zaięte, y równo do nich nakłonięte, są między sobą równe. Co naturalnie z Propozycyi niniejszey wypływa.

### PROPOZYCYA XI.

Linie poprzeczne [*diagonales*] czworoka równo-ległego ABCD, przecinają się wzajemnie na dwie równe części, y każda linia poprzeczna dzieli czworokąt równo-legły, na dwa równe troygrańce. (*Figura 37. Tab. I.*)

*Okazanie*

*Okazanie Części I.* W czworogranie ABCD boki naprzeciw siebie będące, są równo-ległe, [przez Definicję II. Księgi II.] przeto węgły naprzemianległe BDC, DBA tudzież ACB, CAD są równe. [przez Prop. IV. Księgi I.] Boki także AB, CD są równe. [przez Prop. X. Księgi II.] Więc troygraniec AaB równy jest troygrancowi DaC. [przez [przez Wniosek II. Prop. V.] przeto y bok Bb równy bokowi aD, bok Aa równy bokowi aC; A zatym linie poprzeczne AC, BD wzajemnie się na dwie równe części przecinaia.

*Okazanie Części II.* [Fig. 24. Tab. I.] W czworogranie ABCD, przez którego przeciw-ległe węgły przechodzi linia poprzeczna CB, bok AC równy jest bokowi BD, AB bokowi CD, [przez Prop. X. Księgi II.] bok CB jest wspólny obydwom Troygransom CAB y CDB. Więc też troygrance całe, na które linia poprzeczna BC czworgraniec AD podzieliła, zupełnie są sobie równe. (przez Wniosek I. Prop. V. Księgi II.)

*Wniosek I.* W czworogranicach równo-ległych, linia poprzeczna mniejsza jest od którychkolwiek dwóch boków razem wziętych, [przez Propozycję IV. Księgi II.] iako linia poprzeczna CB w Czworgranie AD [Fig. 24. Tab. I.] Czasem zaś y od jednego nawet boku mniejsza bywa, ieżeli węgły, które przecina, są bardzo wklęsłe; iakaby była linia poprzeczna CB w Czworgranie AD. [Figura 40. Tab. I.] Ale w Czworgranicach prosto-kątnych, (in Parallelogrammis reftangulis) iaki jest IKLM, (Figura 21. Tab. I.) Linia poprzeczna nprz: LK mniejsza wprawdzie jest od dwóch którychkolwiek boków LI, IK, LM, MK;   
zawsze

zawsze jednak większa nad ieden którykolwiek z nich osobno wzięty.

*Wniosek II.* Czworgrahce dopełniające (*complementa Parallelogrammi*)  $AI$ ,  $ID$  są sobie równe, [*Figura 24. Tab. I. czytay Definięą 16. Księgi II. przy końcu,*] albowiem dwa Troygrahce większe  $CBA$ ,  $CBD$  są równe, [*przez Propozycyę ninieyszą*] Od tych więc odiawszy troygraniec  $CHI$ , y troygraniec  $CIF$  sobie równe, tudzież troygraniec  $IEB$ , y troygraniec  $BGI$ , także sobie równe, [*przez tęż ninieyszą Propozycyę*] reszty pozostałe  $AI$ ,  $ID$ , które są Czworgrahcami dopełniającemi, równe będą. (*przez Axiomę 4.*)

*PRZYPISEK.* Z tej Propozycyi Geometrowie informują się, jakimby sposobem pole Czworgraniaste na dwie równe sobie połowy rozmaicie podzielić można. Niech będzie naprzykład do podzielenia dane pole czworgraniaste  $ABCD$ , (*Fig. 39. Tab. I.*) sznur wyciągnięty od węgla  $A$  do węgla  $D$ , albo od węgla  $C$  do węgla  $B$ , podzieli pole  $ABCD$  na dwie części równe, (*przez część II. Prop. ninieyszey.*) Ten sposób dzielenia placu czworgraniastego na dwa równe troygraniaste place, jest bardzo łatwy, y oczywiście z Propozycyi ninieyszey wynikający. Lecz też sama Propozycya podaje nam jeszcze inny sposób generalny, podzielenia jakimkolwiek kształtem, na równe dwie połowy każdego czworgraniastego placu. Ten zaś jest następujący:

Danego czworgraniastego placu  $ABCD$ , linią poprzeczną  $AD$ , czyli sznur wyciągnięty od węgla  $A$  do węgla  $D$ , rozdzieli w punkcie  $F$  na dwie części równe  $AF$ ,  $ID$ ; (*przez Prop. VI. Księgi II.*)



II. albo po prostu środek sznura we dwoie złożonego znalazłszy) to uczyniwszy, jeżeli od któregokolwiek punktu na boku  $AB$  będącego, do któregokolwiek punktu, boku  $CD$  pociągniesz linią prostą tak, żeby przez  $F$  punkt średni linii poprzecznej  $AD$  przechodziła, zawsze dany plac czworobokowy rozdzielisz na połowę. Pociągnij np. z punktu obranego  $E$  przez punkt średni  $F$  do boku  $CD$  linią prostą  $EG$ , ta niezawodnie plac czworokramiasty  $ABCD$  podzieli na dwa równe sobie place  $ACGE$  y  $EGDB$ .

Okazanie. Węgiel  $AFE = GFD$ , (przez Prop: II. Księgi I.) węgiel  $FAE = FDG$ , (przez Prop: IV. Księgi I.) Linia  $AG = FD$ ; bo  $AD$  w punkcie  $F$  przecięta jest na połowę, zatym trygonianiec  $AFE$  y  $GFD$  są sobie równe. (przez Wniosek II. Propoz. V. Księgi II.) Ale y Trygonianiec wielkie  $ABD$ ,  $ACD$  są równe, (przez Część II. Prop. niniejszey) więc  $EBDF = ACGF$ . (przez Axioma 4.) a przeto y  $EBDG = ACGE$  (przez Axioma 3.) Co było do okazania.

### PROPOZYCYA XII.

Summa czterech węglów w każdym czworoboku jest równa czterem węglom prostym. (Figura 40. Tab. I.)

Okazanie. W czworoboku  $ABDC$ , powiodłszy linią poprzeczną  $AD$ , cztery węgły tegoż czworoboku, równe są sześciu węglom trygonianiec  $ABD$ ,  $ACD$ . (przez Axioma I.) Ale sześć węglów dwóch trygonianiec razem wzięte, zawsze są czterem węglom prostym, (przez Propozycyą I. Księgi II.) więc cztery węgły czworoboku

graiica ABDC, rowne są czterem węglom prostym. (przez Axioma 2.) Cóż było do okazania.

*Wniosek I.* Jeżeli jeden w czworgraiicu węgiel jest prosty, tedy y inne trzy w tymże czworgraiicu węgly proste bydź muszą. Gdy albowiem jeden węgiel IKM jest prosty, (Figura 21. Tab. I.) drugi także przeciw-legły ILM prosty jest, bo iemu rowny; (przez Propoz: X. Księgi II.) wszystkie boki zatym IL, MK, IK, LM względem siebie wzajemnie są pionowe, a zatym y węgly między nimi zamknięte, wszystkie proste. (przez Definicję 12. y iey Wniosek.)

*Wniosek II.* Tymże sposobem pokazać można; iż jeżeli w ktorymkolwiek czworgraiicu rowno-ległym, jeden węgiel jest rowny drugiemu węglowi przyległemu temuż bokowi, tedy y wszystkie inne w tymże czworgraiicu węgly są sobie rowne.

*Wniosek III.* Wszystkie czworgraiice prosto-kątne tak doskonałe, iak y podługowate, są rowno-kątne między sobą wzajemnie, bo wszystkie węgly proste, są sobie rowne. (przez Definicję II.)

*Wniosek IV.* Linia poprzeczna AD ktoregokolwiek czworgraiica rowno-ległego, np. czworgraiica ABDC (Fig. 40. Tab. I.) tym większa jest, im mnieysze są węgly A, D, ktore przecina. Albowiem im mnieysze są węgly A, y węgiel D sobie rowne, (przez Propoz: X. Księgi II.) tym większe bydź muszą węgly B y C, sobie także rowne, (przez Prop. X. Księgi II.) ponieważ summa wszystkich czterech węglów A, B, D, C rowna jest czterem węglom prostym, (przez Propoz: ninieyszą) lecz w troygraiicach, bok przeciw-legły większemu węglowi, większy jest, (przez Prop. III. Księgi II.)

C

więc

więc linia AD będąc bazą troygrańca ABD, lub ACD, tym większa być musi, im większy jest węgiel B, lub C tegoż czworgrańca ABDC, a tym samym im mniejszy jest węgiel A, lub węgiel D, które przecina linia poprzeczna AD. Co było do okazania.

### PROPOZYCYA XIII.

*Czworgrańce równo-ległe, które mają wspólną bazę, y są między iednemiż liniami równo-ległemi, równe sobie są. (Figura 41. Tab. I.)*

*Okazanie.* Niech będą czworgrańce równo-ległe AE, y AD na bazie wspólney AB, y między temiż samemi liniami równo-ległemi AB, y CD, mówię; że czworgraniec  $AD = AE$ . Albowiem w troygrańcach ACF, y BED bok AC równy jest bokowi BE, (*przez Prop. X. Księgi II.*) a ponieważ tak linia CE, iako y linia FD równa jest linii AB. (*przez Prop. X. Księgi II.*) Więc linie CE y FD są sobie równe, (*przez Axioma II.*) którym dodawszy część wspólną EF, będzie cały bok CF równy całemu bokowi ED (*przez Axioma 3.*) w troygrańcach ACF y BED. Ze zaś AC y BE są równo-ległe; (*przez Definic. II. Księgi II.*) więc y węgly ACF, BED równe sobie są, (*przez Prop. III. Księgi I.*) a zatym troygraniec ACF, równy jest troygrancowi BED. (*przez Propozycyą V. Księgi II.*) Odiawszy więc od obydwóch tych troygrańców troygraniec wspólny GEF, y znowu obydwom dodawszy wspólny troygraniec AGB; będą czworgrańce równo ległe na iedney bazie stojące CB y AD zupełnie sobie równe. (*przez Axioma 4. y 5.*) Co było do okazania.

*Wniosek I.* Na tymże samym fundamencie czworgrań-



grzańce równo-ległe, które równe bazy mają, y między temiż samemi dwiema równo-ległemi liniami stoją, równe sobie są.

*Wniosek II.* Troygrzańce także, które albo wspólne, albo równe bazy mają, y między iednemiż równo-ległemi liniami stoją, równe sobie są. Troygraniec bowiem ACB (*Fig. 42. Tab. I.*) jest połową czworgrzańca równo-ległego ABCF, a troygraniec AFB, połową czworgrzańca równo-ległego AEDB, (*przez Propozycyę XI. Księgi II.*) te zaś czworgrzańce AF, AD sobie równe, (*przez Propozycyę ninieyszą*) więc y troygrzańce ACB, AFB równe są. (*przez Axioma 7.*)

*Wniosek III.* (*Figura 43. Tab. I.*) Troygraniec ACB ieżeli jest z czworgrzańcem równo-ległym AL, między iednemiż liniami równo-ległemi CF, AB, na bazie wspólney AB, lub iey równą ma bazę, połową jest tegoż czworgrzańca AL; gdyż troygrzańce AFB y ACB są równe, (*przez Wniosek poprzedzający*) lecz troygraniec ACB jest połową czworgrzańca AL, (*przez Propoz. XI. Księgi II.*) toć y troygraniec AFB połową onegoż byoż musi.

*Wniosek IV.* Place równo-ległych grzańcow bydź sobie równe mogą, lubo obwód iednego (*Perimeter*) kilka, lub kilkanaście y kilkadziesiąt razy większy będzie; nad obwód drugiego, byle tylko te place na równych bazach, y między równo-ległemi liniami zostawsty. Toż samo y o placach troygraniastych prawdzi się.

*Wniosek V.* Ale czworgrzańce prosto-kątne (*Parallelogramma rectangula*) mające równe bazy CD, DF, (*Fig. 38. Tab. I.*) y między iednemiż równo-ległemi liniami AE, CF zostające, są równo-ob-

wodne, y wszystkie z osobna boki iednego, są równe wszystkim z osobna bokom drugiego prostokątnego czworoka. Gdyż boki AC, BD, EF są linie pionowe, między temiż liniami równoległymi AE, CF, (przez Definię 11. y 12. Księgi I. tudzież 13. Księgi II.) zaczynam są sobie równe, (przez Wniosek Defini: 12. Księgi I.) a że baza  $CD = DF$  (podług założonej kondycyi) dla tego  $AB = BE$  (przez Prop. X. Księgi II. y przez Axioma 2.)

*Wniosek VI.* Toż prawdzi się o troygraniach prostokątnych ACD, y EFD, bo jeżeli bok  $CD = DF$ , bok  $AC = EF$ , węgiel też  $ACD = EFD$ , gdyż obydwie są proste, toć y bok AD, musi być równy bokowi ED. (przez Propozycyę V. Księgi II.)

*Wniosek VII.* Prostokątnych czworokątów między sobą zupełnie równych ABCD, BDEF linie poprzeczne AD, DE są sobie równe. (przez Wniosek poprzedzający.)

PRZYPISEK. Z tej Propozycyi bardzo łatwy Geometrom podać się sposób, podzielenia iakiegokolwiek placu troygraniastego na dwie równe części. Niechay będzie np: dany plac troygraniasty ABC, (Figura 44. Tab. I.) rozdzieliwszy na połowę Bazę BC, (przez Propozycyę VI. Księgi II.) prowadź linię prostą AD, to jest od węgla A, do punktu D, w którym baza BC, jest przecięta. Ta linia rozdzieli na połowę plac dany troygraniasty ABC. Troygranie bowiem ABD, ACD bazy BD, CD mają równe. A przez wspólny wierzchołek A pociągnąwszy linię równoległą linii BC, zostają między temiż samemi liniami równoległymi, przeto są sobie równe. (przez Propozycyę niniejszą.)

PROPO-

## PROPOZYCYA XIV.

Wszystkie węgły wewnętrzne Figury wielo-boczney, są równe tylu węglom prostym dwakroć wziętym, niżęjszy cztery, ile jest bokow w Figurze wielo-boczney. (Figura 45. Tab. I.)

Dla łatwiejszego tey Propozycyi okazania rzecz potrzebna jest położyć tu wprzód zdanie do objaśnienia teyże Propozycyi służące, czyli:

## L E M M A. (a)

Każdy wielo-kąt (*Polygonum*) może być podzielony na tyle troygrańcow, ile ma bokow; tak: w placu Figury siedmio-boczney (*in Heptagono*) BCDEFGH obrawszy punkt A, y od tego punktu powiodłszy do każdego węgła proste linie, AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, rzecz każdemu widoczna, iż przez to linii poprowadzenie od punktu A, do wszystkich Figury wielo-kątney węglow, tyle formuie się troygrańcow, ile też Figura ma bokow. Tak w niniejszey mającey bokow siedm, tyleż uformowanych troygrańcow liczy się. To przodem położywszy, teraz wyrażam.

Okazanie zadanej Propozycyi. Podzieliwszy Figurę wielo-boczną BCDEFGH, na tyle troygrańcow, ile w niej jest bokow, (przez Lemma poprzedzającą) ponieważ z każdego z osobna troygrańca węgły, są równe dwóm prostym węglom, (przez Propozycyą I. Księgi II.) wszystkich więc troygrańcow węgły będą równe tylu prostym węglom dwa razy wziętym, ile jest bokow wielo-kąta. Ale węgły koło punktu A leżące, równe są czterem węglom prostym. (przez Wniosek III. Propozycyi

C3

[a] Czytay Definicją Lemmatu na karcie 1.

zycy I. *Księgi I.*) Więc od węglów wszystkich troygrańców odiawszy węgly leżące koło punktu, pozostałe węgly przy bokach wielo-kąta, będą równe tylu prostym dwa razy wziętym, odiawszy cztery, ile jest boków w Figurze wielo-boczney. Co było do okazania.

*Wniosek I.* Ztąd ieżeli chcesz wiedzieć, iak wielu węglom prostym równe są wszystkie węgly wewnętrzne Figury iakiey wielo-boczney; liczbę boków iej moltiplikuy przez 2, a od produktu z tey moltiplicacyi wynikłego odciągnąwszy 4, zostaną się węgly proste, równe węglom wewnętrznym Figury wielo-boczney. Tak w Figurze siedmio-boczney dwa razy 7 czynią 14, od których odciągnąwszy 4, zostanie się 10 węglów prostych równych wszystkim węglom wewnętrznym oneyże. Podobnież Figura tyśiąc-boczna (*chillogonum*) ma węgly wewnętrzne równe 1996, węglom prostym.

*Wniosek II.* Ponieważ w każdym wielo-kącie tyle jest węglów, ile boków, tudzież, że wszystkie węgly wielo-kąta regularnego (*Polygoni ordinati*) są między sobą równe, (*przez Defin: 18. Księgi II.*) tedy sumnę węglów prostych, którym równe są węgly wielo-kąta regularnego, rozdzieliwszy przez liczbę boków tegoż wielo-kąta, wieloraz ztąd wynikły (*quotus*) pokaże wielkość każdego z osobna węgla; tak każdy węgiel sześćcio-kąta (*Hexagoni*) regularnego równy jest  $\frac{2}{3}$ , czyli  $\frac{4}{6}$ , to jest jednemu prostemu węglowi, y nad to iedney ze trzech części prostego węgla.

#### PROPOZYCYA XV.

Daney linii prostej linią równo-ległą przez punkt oznaczony poprowadzić. (*Figura 4. Tab. I.*)



*Rozwiązanie.* Chcąc od punktu A do linii prostej CD powieść linią równo-ległą AB, naprzód z danego punktu A, powiedź linią prostą do punktu D danej linii prostej CD; potem postawiwszy cyrkiel w punkcie D, otwartością DA, narysuj ieden łuk AC, y z tąż samą cyrkla otwartością z punktu A drugi DE, na którym naznaczywszy łuk BD, równy łukowi CA, linia z punktu A do tegoż punktu B poprowadzona, będzie równo-ległą względem danej linii prostej CD.

*Okazanie.* Powiodłszy bowiem linie pionowe CA, DB, (*przez Wniosek I. Prop. VII. Księgi II.*) że na nie linia prosta AD pada, będzie węgiel BAD równy węglowi ADC (*przez Prop. IV. Księgi I.*) w troygrańcach ACD, ABD; a węgiel ADB węglowi CAD, (*przez Prop. IV. Księgi I.*) toć y węgiel ACD równy jest węglowi ABD; (*przez Wniosek V. Prop. I. Księgi II.*) A zatym całe troygrańce ABD, ACD równe sobie będą. Będzie więc y bok AC równy bokowi BD; a tym samym linie AB, CD, ktoremi też równe boki są zaięte, będą równo-ległe. (*przez Wniosek Definicji 12. Księgi I.*) Co było do okazania.



## K S I Ę G A III.

### O Kole, albo Cyrkule.

#### DEFINICYE CZYLI OPISANIA GRUNTOWNE.

- I. **K** Oło czyli Cyrkuł, (*Circulus*) jest wierzch płaski, iedną linią krzywą tak zawarty, że od iednego punktu w polu Figury będącego, wszy-

skie linie proste poprowadzone do teyże linii okrągającej; równe są. Sama linia okrągająca, którą nazywamy *okręgiem*, lub *obwodem okrągłym*, (*circumferentia*, vel *Peripheria*) nie jest kołem, ale plac tąż linią zaięty.

2. Obwód koła Matematycy pospolicie dzielą na trzyśta sześćdziesiąt części, czyli gradusów. Ztąd puł okrąg (*semi-circumferentia*) gradusów sto ośm-dziesiąt, a ćwierć okręgu (*quadrans*) gradusów dziewięćdziesiąt w sobie zamyka, w każdym gradusie rachuje się minut pierwszych sześćdziesiąt, a w każdej minucie pierwszej sześćdziesiąt minut drugich, w każdej minucie drugiej tyleż minut trzecich, y tak daley. Te podziały iako naywygodniejszy, u wszystkich Matematyków są w używaniu.

3. Centrum, czyli śródek koła (*Centrum Circuli*) jest punkt, od ktorego wszystkie linie do obwodu poprowadzone, są równe. Taki jest punkt A, (*Figura 1. Tab. II.*)

4. Dyameter, czyli linia środkowa koła, (*Diameter Circuli*) jest linia prosta, przez centrum koła powiedziona, dzieląca toż koło na dwie równe części. Taka jest linia BC. (*Figura 1. Tab. II.*)

5. Promień czyli pułdyameter, (*radius vel semidiameter*) jest linia prosta, od centru koła, do obwodu pociągniona. Takie są AE, AF. (*Figura 1. Tab. I.*)

*Wniosek* z tey definicyi, y z definicyi pierwszej, oczywiście wypływa, że wszystkie promienie w kole równe sobie są.

6. Pułkoło, (*Semicirculus*) jest plac połową obwodu koła y Dyametrem, czyli linią środkową zewsząd

zawszą zawarty. Jaki jest BGFC. (Fig. 1. Tab. II.)

7. Cięciwa, (*Chorda, vel subtensa*) jest każda linia prosta w polu koła, od iednego do drugiego punktu obwodu (*Peripheriæ*) powiedziona, iako linia prosta DE. (Figura 1. Tab. II.)

8. Łuk (*arcus*) jest część obwodu cięciwą podwiazanego, iako DLE. (Figura 1. Tab. II.)

PRZYPISEK. Tu wiedzieć należy, że każdy Łuk jest wymiarem węgła w centrze koła od dwóch promieni do końców Łuku pociągnionych zaiętego. Tak Łuk DLB, (Fig. 2. Tab. II.) jest wymiarem węgła DOB. A ponieważ w centrze iakiegokolwiek koła, np. w centrze O koła, ACBD. (Fig. taż sama) cztery węgły proste byǳ mogą, iako się to okazało w *Propozycyi I. Księdze I. y w iey II-nioskach*, których to węglów prostych boki dzieliłyby cały obwód koła 360. gradusów mający, na cztery łuki, po 90. gradusów tegoż koła zajmujące; na tym fundamencie każdy węgiel prosty zamyka w sobie gradusów 90, iako DOB, BOC, COA, AOD, y wszystkie węgły proste, iakośmy wyrazili w *Definicji 11. Księdze I.* muszą byǳ między sobą równe. Węgły zatym wklęsłe więcej zawsze nad 90. gradusów w sobie mają, iako węgiel AOL, y iedne od drugich większe byǳ mogą; a węgły ostre mniej koniecznie gradusów nad 90 w sobie mieszczą, y podobnie iedne od drugich mnieysze, lub większe byǳ mogą. Jako węgły DOO, DOL, LOB. Jle razy iednak węgły w centrze koła leżące bokami swoimi w tymże samym, iub w równych sobie kołach równe Łuki zajmują, zawsze między sobą są równe.

9. Linia tykająca koło, (*recta tangens circulum*)  
jest

jest linia prosta, która lubo punkt ieden wspólny ma z obwodem cyrkulu, wprost atoli idąc, koła bynajmniej nie przecina, iaka jest linia prosta HC, (*Figura 3. Tab. II.*) która obwodu koła dotyka się w punkcie C, y zowie się linią tykającą Łuku BC, albo węgła BAC, którego tenże Łuk jest miarą. (*tangens arcus, vel anguli*) Takż jest linia LF, tykająca się Łuku BF, czyli węgła BAF.

10. Linia zaś AHL przez B drugi koniec łuku BF poprowadzona, y kończąca się na linii tykającej FL, zowie się linią przecinającą łuk BF, albo węgla BAF. (*secans arcus, vel anguli. Fig. 3. Tab. II.*)

11. Pulcięciwie proste (*Sinus rectus*) względem iakiego łuku, zowie się połowa cięciwy, (*semifis Chordæ, vel subtense*) dwa razy większy łuk wiążący; tak linia BI, (*Fig. taż sama*) jest pulcięciwie łuku BC, bo jest połową cięciwy BK, która wiąże łuk BCK, dwa razy większy od łuku BC. Ztąd pulcięciwie proste łuku 90 gradusow, czyli węgła prostego jest sam promień, ponieważ jest połową cięciwy, poł obwodu koła wiążący, y zowie się pulcięciwie zupełne, (*Sinus totus*) bo ta cięciwa w kole ze wszystkich jest największa.

12. Pulcięciwie odwrocene, czyli strzała łuku (*Sinus versus, olim sagitta*) jest część promienia zaięta między łukiem y cięciwą dwa razy większy łuk wiążącą. Tak IC jest pulcięciwie odwrocene, czyli strzała łuku BC, gdyż jest część promienia AC zaięta łukiem BCK, nad łuk BC dwa razy większym; y iegoż cięciwą BIK. (*Figura taż sama.*)

13. Linia BG (*Figura taż sama*) nazywa się pulcięciwie dopełnienia łuku BC. (*Sinus complementi, vel casinus arcus*) Linia FL linią tykającą  
dopeł-



dopełnienia łuku BC. (*tangens complementi arcus*, *vel co-tangens*) a linia AF zowie się przecinałą dopełnienia łuku BC, (*secans complementi arcus*, *vel co-secans*) gdyż łuk BF. jest dopełnieniem łuku BC do ćwierci obwodu CBF.

14. Segment albo kawał koła (*segmentum*, *vel portio circuli*) jest plac zewsząd łukiem y cięciwą zawarty. Taki jest DLE segment mniejszy, a DFE segment większy koła ADECFG. (*Fig. 1. Tab. II.*)

15. Węgiel Segmentu (*angulus segmenti*) zowie się węgiel zaięty linią tykającą y cięciwą przez punkt docknięcia powiedziona. Takie są węgly EBC segmentu mniejszego, y FBC segmentu większego. (*Figura 4. Tab. II.*)

Wiedzieć zaś potrzeba: że segment CAB (*Fig: też sama*) zowie się na przemian ległym względem węgla segmentu CBE, a segment CLB na przemian ległym względem węgla segmentu FBC.

16. Węgiel w segmencie (*angulus in segmento*) jest ten, który robią dwie linie proste, od końców cięciwy powiedzione do iakiegolwiek punktu łuku. przez też cięciwę związanego; iaki jest węgiel BAC w segmencie BAC. (*Fig. 4. Tab. II.*) Takowy węgiel zowie się także węgłem przy obwodzie. (*angulus ad circumferentiam.*)

17. Węgiel stojący na obwodzie koła, albo na Łuku, (*angulus insistens peripheriae, aut arcui*) jest ten, który zajmują dwie linie proste, od ostatnich końców łuku, poprowadzone do centru koła, albo do ktoregokolwiek punktu w obwodzie przeciwnym. Taki jest w centrze koła węgiel BDC (*Fig. 4. Tab. II.*) stojący na łuku BLC; taki y węgiel przy obwodzie BAC na tymże łuku stojący.

18. Sektor,

18. Sektor, czyli przecinacz koła, (*Sektor circuli*) jest plac zewsząd w kole zawarty, dwoma promieniami y łukiem od tychże promieni zaiętym, iako BDCL. (*Figura taż sama.*)

19. Segmenta podobne są te, w których się równe mieszczą węgły. Tak segmenta wielkiego y małego koła będą sobie podobne, jeżeli węgły w nich będące, równe sobie są. Łuk np. efg w niniejszym kole, (*Fig. 5. Tab. II.*) y Łuk BCD w kole większym, podobne sobie są; gdyż węgł eAg równa się węglowi BAD.

20. Koła są sobie równe, kiedy ich Dyametry, albo promienie są sobie równe.

21. Koła wzajemnie dotykające się są te, których obwody w punkcie iakowym schodzą się tak, że się iednak nie przecinaia.

22. Dwie linie proste w kole w ten czas równo odległe są od centru koła, kiedy linie pionowe od tegoż centru na nie spuszczone, są sobie równe. Tak linie proste BC, DE, równo odległe będą od centru a koła BE, jeżeli linia pionowa ab, równa będzie linii także pionowej ae. (*Figura 11. Tab. II.*)

23. Figura prosto-boczna w polu koła odrysowana, albo koło otaczające Figurę, nazywa się w ten czas, gdy wszystkich z osobna Figury węglów wierzchołki, dotykają się obwodu tegoż koła.

24. Figura prosto-boczna koło otaczająca, czyli koło w polu figury odrysowane jest w ten czas, gdy wszystkie z osobna boki Figury, dotykają się koła.

#### PROPOZYCYA I.

Jeżeli Dyameter cięciwę pionowo, czyli prostopadnie

kątnie przecina, dzieli ją na połowę, y na odwrót: jeżeli dyiameter cięciwę na połowę dzieli: jest względem niej linią pionową. (Figura 6. Tab. II.)

Okazanie Części I. Daymy, że linia AE przez centrum F koła ABED przechodząca, cięciwę BD w punkcie C, pionowo, czyli prosto-kątnie (*perpendiculariter, seu ad angulos rectos*) przecina. Ponieważ boki FB, y FD są równe, (przez Defini: 5. y iey wniosek, Księgi III.) troygraniec BFD jest równo-nożny, (przez Defini: 8. Księgi II.) a zatem węgły B y D, przy bazie BD są sobie równe. (przez Wniosek II. Prop. III. Księgi II.) Ale w troygrańcach BCF, DCF węgły przy punkcie C, są proste podług założoney kondycyi, zaczym są sobie równe. (przez Defini: 11. Księgi I.) Więc y węgły BFC, równy jest węgłowi CFD. (przez wniosek V. Prop. I. Księgi II.) Powiedzieliśmy zaś, że bok BF równy bokowi FD, a bok FC obydwom troygrańcom DFC, CFB jest wspólny, toć te troygrańce równe są, a zatem y bok BC równy jest bokowi CD; (przez Prop. V. Księgi II.) to jest cała cięciwa BD, jest na dwie części przecięta. Co było do okazania.

Wniosek. Gdy linia AE przez centrum koła powiedziona, cięciwę BD prosto-kątnie, a zatem na dwie równe części przecina, dzieli oraz na dwie równe części y łuk BED, cięciwą BD związany. Ponieważ bowiem węgły BFC, CFD, czyli węgły BFE, EFD są sobie równe, iakośmy dopiero pokazali, toć y łuki BE, ED muszą być sobie równe. (przez Przypisek Definicji 8. Księgi III.)

Okazanie Części II. W troygrańcach BCF, FCB bok FB, równy jest bokowi FD (przez Definię 5. y iey

y iey *Wniosek Księgi III.*) A podług założoney kondycyi bok BC rowny jest bokowi CD, bok zaś FC jest wspólny obydwom trójkątcom; zaczym węgły FCB y FCD przeciw-legle rownym bokom FB y FD, są między sobą równe. (*przez Wniosek I. Prop. V. Księgi II.*) a tym samym są proste; (*przez Defini: 11. Księgi I. y Dyameter AE, przecinający na połowę linię BD, jest do niey pionowy przez Definię 12. Księgi I.*) Co było do okazania.

*Wniosek.* Dwie linie proste, kiedy nie obydwie przechodzą przez centrum koła, dzielić się wzajemnie na dwie równe części nie mogą. Jeżeli albowiem jedna z nich AE, (*Figura taż sama*) przez centrum koła przechodzi, rzecz oczywista jest, że iey druga BD, ponieważ przez centrum tegoż koła nie jest powiedziona, na połowę nie przecina; gdyby zaś obydwie linie BC, FL (*Figura 7. Tab. I.*) przez centrum koła nieprzechodzące, przecinały się wzajemnie na połowę, tedy poprowadziwszy od centru A, promień AD, węgły AOC, AOI. powinnyby być proste, (*przez Część II. Propoz: niniejszey*) a zatym węgiel AOC, musiałby być rowny węglowi AOI. (*przez Defini: 11. Księgi I.*) to jest, rzecz cała rownaby była swojej części. Co żadną miarą być nie może. (*przez Axioma I.*)

### RROPOZYCYA II.

Jeżeli w kole linia iaka prosta, drugą na połowę prosto-kątnie przecina, na linii przecinaiącey być musi centrum koła. (*Figura 3. Tab. II.*)

*Okazanie.* Dajmy bowiem, jeżeli kto temu przeczy, że koła BLCF centrum nie jest punkt A, na linii LF przecinaiącey prosto-kątnie linią BC, lecz

inny



inny iaki punkt *np.* punkt O. To założywszy, y poprowadziwszy linie BO, QO, CO, troygrańce BOQ, COQ powinny być sobie równe; gdyż bok QO jest wspólny, bok BQ równy bokowi QC, bo linia BC przecięta jest na połowę; a że podług założenia punkt O, supponujemy być centrem koła, więc y bok BO bokowi CO równy jest, będąc promieniami iednegoż cyrkulu, a zatym węgiel OQC równy węglowi OQB, (*przez Wniosek I. Prop. V. Księgi II.*) ztąd idzie, że węgiel OQC jest prosty, (*przez Definicję II. Księgi I.*) a przeto równy węglowi LQC, (*przez Defini: II. Księgi I.*) który także prosty jest, (*przez Defini: 12. Księgi I.*) bo linia LQ jest pionową do linii BC; co żadną miarą być nie może, (*przez Axioma I.*) ponieważ węgiel OQC, jest częścią węgla LQC. Więc centrum koła FBLC, nie może być punkt O, ani żaden inшы, coby się przez podobnyż wywód pokazało, procz punktu A, który się znajduje na linii LF przecinałacey prosto-kątnie, na dwie równe części linią BC. Co było do okazania.

*Wniosek.* Na fundamencie tey Propozycyi, łatwy podaie się sposób, przez który wynaleść można centrum danego koła. W danym kole FBLC. (*Fig. taż sama*) poprowadź iakąkolwiek cięciwę *nprz:* BC, y w punkcie Q przetnij ją na połowę. Przez punkt Q powiedź linią pionową LF; tę przetnij na połowę w punkcie A; mowią: że punkt A jest centrem koła. Centrum bowiem koła jest na linii LF pionowey do cięciwy BC, y przecinałacey też cięciwę na dwie równe części; (*przez Propozycję terażnieyszą*) Ze zaś linia LF jest na połowę przecięta w punkcie A; ztąd promień AL równy jest

jest promieniowi AF; punkt zatym A, a nie żaden inſzy, jest centrem danego koła FBL C. (przez Definięą 3. Księgi III.)

### PROPOZYCYA III.

Linia prosta DB powiedziona przez B, ostatni punkt dyamentru, czyli linii ſrzedkowej BF, y do tegoż dyamentru pionowa; dotyka ſię koła w tym ſamym punkcie B. T na odwrot: linia prosta powiedziona od centru koła do punktu, w którym linia prosta tegoż koła dotyka ſię, ieſt linią pionową do teyże linii dotykającej. (Figura 9. Tab. II.)

Okazanie Części I. Wziąwszy bowiem którykolwiek inſzy punkt tey linii pionowej DB; np. punkt D, pokaże to, że ſię w nim nie dotyka koła, y za kołem zſtaie. Bo od centru A do punktu D poprowadziwszy linią proſtą AD, będzie w troygrańcu ABD węgiel B, z dwóch pozostałych naywiększy, bo proſty, (przez Wniosek II. Prop. I. Księgi II) zaczym y bok iemu przeciwny DA, naywiększy będzie, (przez Prop. III. Księgi II.) a tym ſamym większy od promienia, ztąd idzie, że punkt D za kołem leżeć muſi. Co było do okazania.

Okazanie Części II. Ponieważ podług założoney kondycyi, wszystkie inne punkta, procz punktu B, leżą za kołem, więc ktorakolwiek linia z centru A, do linii proſtey BD powiedziona, większa bydź muſi nad linią AB. A zatym żadna z nich nie może bydź linią pionową do linii tykającej BD, procz linii AB, (przez wniosek 3. Prop. 3. Księgi II.) która między niemi ieſt naykrotſza. Co było do okazania.

Wniosek I. Linia prosta nie może dotykać ſię koła, tylko w iednym punkcie; gdyby albowiem mogła

mogła dotykać koła w dwóch, lub więcej punktach, tedy od iednego punktu do linii iakiey prostej możnaby dwie, lub więcej linii pionowych poprowadzić. (*przez Część II. teyże Propozycyi*) Co iest rzeczą cale niepodobną. (*przez Wniosek IV. Propozycyą III. Księgi II.*)

*Wniosek II.* Między linią tykającą y kołem, żadna inna linia prosta przez punkt dotknięcia B, powiedziona bydź nie może, ktoraby nie przecinała koła. Daymy bowiem przez niepodobieństwo, że linia BC między linią tykającą BD, y kołem, powiedziona iest przez punkt dotknięcia się B. Ponieważ węgiel ABD, iest prosty. Węgiel ABd, bydź musi śpiczasty; a zatym linia pionowa Ad mnieysza iest, niżeli promień AB (*przez Propozycyą III. Księgi II.*) prostemu węglowi przeciw-legły, więc punkt d leży w kole.

*Wniosek III.* Pociągnąwszy wprost iak naydaley linią prostą BA, y z punktow na niey leżących odrysowawszy niezliczone koła, przechodzące przez punkt dotknięcia B, wszystkie dotykać się będą linii prostej IQ. w tymże samym iednym punkcie B. (*Fig. 10. Tab. II.*) Tym sposobem koła w naywiększą, iaka bydź może obżerność rosnące niekończenie, co raz bliżey do linii tykającej przychylaiać się, nigdy iednak z nią złączyć się nie mogą, tylko w iednym dotknięcia punkcie.

*Wniosek IV.* Węgiel dotykania, (*angulus contactus, vel contingentie*) QBD od obwodow, różnych koł w iednym punkcie B tykających się, nie bywa dzielony, ani zmniejszony. Rzecz bowiem głębiey y z gruntu biorąc, między obwodem iakiego koła, y linią tykającą w iednym punkcie, cale żadnego

D. . . . . nie

nie masz węgła. Bo węgiel z natury swoiey po-  
dług *Definicji 7. Księgi I.* nie inszego nie jest, tylko  
dwóch linii w jednym punkcie stykających się, y  
nie wprost leżących, wzajemne jedney do dru-  
giey nachylenie. Tu zaś linia prosta  $QL$ , jednego  
lub wielu koł obwodów w jednym punkcie  $B$  ty-  
kająca, w samym dotykaniu punkcie (gdyż tam  
jest węgiel, jeżeli iaki być może) nie nachyla  
się do owych obwodów, lecz wraz z nimi leży.  
Jdzie zatem, iż Propozycja następująca, którą  
niektorzy Geometrowie tak wykladać zwykli:  
*Węgiel dotykania między linią tykającą y obwodem  
mniejszego koła, większy jest, niżeli węgiel dotyka-  
nia, między linią tykającą y obwodem koła większe-  
go, ta mowią Propozycya, w tym tylko wyrozu-  
mieniu prawdzić się może, że (iakośmy wyrazili  
w poprzedzającym Wniosku.) obwód większego  
koła bardziey zbliża się do linii tykającej, niżeli  
obwód koła mniejszego.*

#### PROPOZYCYA IV.

*Jeżeli w kole linie proste są sobie równe, równo  
odległe oraz są od centru koła; y na odwrót: linie  
proste, które są równo odległe od centru koła, są  
sobie równe. (Figura II. Tab. 2.)*

*Okazanie Części I. Daymy: iż w kole  $BDEC$ , li-  
nie proste  $BC$ ,  $DE$  są sobie równe. To otrzyma-  
wszy, twierdząc: że od centru  $a$ , równo są odległe,  
to jest: że linie pionowe  $ab$ ,  $ae$  od centru do tych-  
że linii spuszczone, są sobie równe (przez *Defin:  
22. Księgi III.*) Ponieważ albowiem tak popro-  
wadzone promienie  $aB$ ,  $aC$ ,  $aD$ ,  $aE$ , są sobie równe,  
(przez *Wniosek Defini: 5. Księgi III.*) iako y linie  
 $BC$ ,*



BC, DE podług założoney kondycyi; więc troygrańce BaC, DaE są względem siebie wzajemnie równo-boczne, a zatym y równo-kątne. (przez *Wniosek I. Propozycyi V. Księgi II.*) Przeto węgł BCa iest równy węgłowi DEa; ale procz tego bok bC troygrańca bCa równy iest bokowi eE troygrańca eae, (przez *Propozycyą I. Księgi III. y Axioma 7.*) iako też bok aC bokowi aE; (przez *Wniosek Definicji 5. Księgi III.*) Więc bazy ba, ae, to iest linie pionowe, są między sobą także równe; a zatym linie proste BC, DE tym samym, że sobie są równe, (przez *Definicyą 22. Księgi III.*) od centru koła a równo odległe są. Co było do okazania.

*Okazanie Części II. (Figura taż sama)* Daymy: że linie proste BC, DE są równo odległe od centru koła a, tym samym tedy są sobie równe, y tego tak dowodzę: troygrańcow BaC, DaE boki aB, aC, aD, aE są sobie równe, bo są promienie od centru a do obwodu iednegoż koła powiedzione; (przez *Wniosek Definicji V. Księgi III.*) Ale y węgły BaC, DaE równemi zaigte bokami, są sobie równe, bo wierzchołkiem przeciw-ległe, (przez *Propozycyą II. Księgi I.*) więc y bazy BC, DE równe bydź muszą między sobą. (przez *Propozycyą V. Księgi II.*) Co było do okazania.

### PROPOZYCYA V.

*Ze wszystkich linii prostych, które w kole powiedzione bydź mogą, ta największa iest, która przez centrum koła przechodzi. Z innych zaś prostych linii w polu koła leżących, ta większa iest, która iest bliższa centru koła. (Figura 12. Tab. II.)*

Dz... Okaza-

*Okazanie Części I.* Daymy, że w kole AGDB linia prosta AB przechodzi przez centrum koła a, inne zaś CD, CD od tegoż centru a są oddalone. To otrzymawszy, dowodzę, że linia AB większa jest, niżeli którakolwiek z linii CD, przez centrum koła nieprzechodzących. Gdyż linia AB równa jest dwom promieniom aA y aB, (przez *Axioma 1.*) czyli równa jest promieniom aC y aD. (przez *Wniosek Defn: 5. Księgi III. y Axioma 2.*) Lecz dwa promienie aC y aD, większe są, niżeli linia prosta CD, czyniąca bok jeden tegoż troygrańca CaD; (przez *Prop. IV. Księgi II.*) Więc linia także AB' większa byź musi od linii CD. (przez *Axioma 2.*) Co było do okazania.

*Okazanie Części II. (Figura 13. Tab. II.)* Daymy, że w kole BEQ linia BC bliższa jest centru A, niżeli linia FG; co obwarowawszy, mówię: że linia BC większa jest od linii FG. Do okazania tego gruntownie y iśnie prowadzę wprzód z centrum A, do obwodu koła promienie AB, AF, AG, AC. Potym łuk FQG zmierzyszy cyrklem, stawiam jeden koniec iego w punkcie B, a drugim końcem z tąż samą otwartością cyrkla, którą zająłem łuk FQG, zaciągam do punktu a, y ucinam łuk BQa, równy łukowi FQG. Nakoniec do punktu a prowadzę linie proste Ba, Ca, y promień Aa. To gdym uczynił; węgiel BaC, większy jest od węgla AaC. (przez *Axioma 1.*) a tym samym (ponieważ troygraniec aAC jest równo-nożny przez *Wniosek Defn: 5. Księgi III.*) tenże węgiel BaC jest większy y od węgla aCA (przez *axioma 2.*) dopieroż większy od węgla aCB, który iego jest częścią; więc w troygrańcu BaA bok BC prze-

ciw-

ciw-legły większemu węgłowi  $BaC$ , większy jest, niżeli bok  $Ba$  przeciw-legły mniejszemu węgłowi  $aCB$ . A ponieważ w troygrańcu  $BAA$ , dwa boki z osobna  $BA$  y  $Aa$  są równe dwom z osobna bokom  $FA$  y  $AG$  drugiego troygrańca  $FAG$  (przez *Wniosek Definicji 5. Księgi III.*) y do tego węgły  $BAA$ ,  $FAG$  równemi bokami zajęte, są między sobą równe, (przez *Przypisek do Defini: 8. Księgi III.*) bo na równych bokami swoimi wspierają się łukach  $BQa$ .  $FQG$ ; idzie zatem, że y bazy troygrańców  $BAA$ ,  $FAG$  to jest linie  $Ba$ ,  $FG$  są równe, (przez *Prop. V. Księgi II.*) więc linia  $BC$ , którąśmy wyżej pokazali być większą od linii  $Ba$ , większa także jest od równej iey linii  $FG$ . (przez *Axioma 2.*) Co było do okazania.

*Wniosek I.* Z tey Propozycyi wypada, że Dymeter koła jest naywiększy ze wszystkich linii prostych, które w polu tegoż koła mogą być powiedzione. Y na odwrot: linia prosta naywiększa ze wszystkich linii prostych, które w polu koła powiedzione być mogą, przez centrum tegoż koła przechodzi, a zatem jest iego Dymetrem.

*Wniosek II.* Cięciwy wiążące równe łuki, są między sobą równe, y na odwrot: jeżeli w tymże kole cięciwy są sobie równe, łuki także temiż cięciwami związane, równe sobie są. Gdy bowiem łuki  $BQa$ ,  $FQG$  są sobie równe, (*Fig. taż sama*) pokazaliśmy dopiero, że na ten czas troygrańce  $BAA$ ,  $FAG$  są równe, a zatem y bazy tychże troygrańców, to jest cięciwy  $Ba$ ,  $FG$  wiążące równe łuki muszą między sobą być także równe. Jeżeli zaś cięciwy  $Ba$ ,  $FG$  wiążące łuki  $FQa$ , y  $FQG$ , to jest, jeżeli bazy tychże troygrańców

BAa, FAG są równe sobie, toć y węgły BAa, FAG troygrańców sobie równych przeciw ległe równym bokom Fa, FG muszą być sobie równe, (przez Wniosek I. Propozycji V. Księgi II.) czym równe oraz sobie być muszą, równemi związanymi cięciwami łuki BQa, FQG, na których bokami swoimi stoją równe węgły BAa, y FAG, gdyż inaczej wspomniane węgły nie mogłyby być sobie równe. (przez PRZYPISEK do Definicji 8. Księgi III.)

Wniosek III. Podobnież oczywista rzecz jest, iż cięciwa BC wiążąca łuk większy BQC, większa jest od cięciwy FG, wiążącej łuk mniejszy FQG, y na odwrot: że łuk BQC, większą cięciwą BC podwiązany, większy jest od łuku FQG, podwiazanego cięciwą mniejszą FG.

Wniosek IV. Gdy w dwóch troygrańcach BAC, FAG, bok AB równy jest bokowi AF, tudzież  $AC = AG$ , węgiel zaś BAC większy od węgła FAG, na ow czas baza taka BC większa być musi od bazy FG.

#### PROPOZYCYA VI.

Jeżeli w kole AEDB (Figura 14. Tab. II.) z punktu b, który nie jest centrem koła, kilka linii prostych bA, Bb, bC, bD do obwodu powiedzionych będzie.

Nayprzod: Naywiększa z nich będzie linia bA, która przez centrum koła a przechodzi.

Powtore: Naymniejsza będzie linia bD, która jest resztą Dyamentru AD.

Potrzenie: Z pomiędzy zaś innych, które od punktu b do obwodu poprowadzone być mogą, większa jest którakolwiek linia bB, bliższa najwięk-  
kszej



kszej linii  $bA$ , niżeli którakolwiek linia  $bC$ , bar-  
dziej oddalona od tejże największej linii  $bA$ .

Poczwarte: Z tegoż punktu  $b$ , który nie jest cen-  
trem koła, dwie tylko linie proste, a nie więcej, równe  
sobie do obwołu mogą być poprowadzone.

Okazanie Części I. Od centru a powiodłszy pro-  
mień  $aB$ , ponieważ  $aA$  równa jest  $aB$ , (przez  
Wniosek Definicji 5. Księgi III.) więc linia prosta  
 $bA$ , równa jest dwóm bokom  $aB$  y  $aB$  troy-  
grańca  $Bab$ . (przez Axioma 3.) Lecz te dwa boki  
 $aB$  y  $aB$  większe są od bazy  $Bb$ , (prz. Prop. 4. Księgi  
2.) więc y linia  $bA$  większa jest od linii  $bB$ , (przez  
axioma 2.) y na tymże samym fundamencie więk-  
sza od innych ktorychkolwiek linii, które z punktu  
 $b$  do obwołu powiesć można. Co było do okazania.

Okazanie Części II. Powiodłszy promień  $aC$ ,  
dwie linie  $ab$ ,  $bC$  większe są od linii  $aC$ ; (przez  
Prop. IV. Księgi II.) lecz linia  $aD$  równa jest linii  
 $aC$ ; (przez wniosek Definicji 5. Księgi III.) więc  
dwie linie  $ab$ ,  $bC$ , większe także są od linii  $aD$ ;  
(przez axioma 2.) Zaczyn odiawszy wspólną linią  
 $ab$ , zostało się linia  $bC$  większa od linii  $bD$ , (przez  
axioma 6.) Co było do okazania.

Okazanie Części III. Ponieważ promienie  $aB$ ,  
 $aC$ , są sobie równe. (przez Wniosek Definicji 5.  
Księgi III.) więc dwa z osobna boki  $Ba$ ,  $ab$ , troy-  
grańca  $Bab$ , są równe dwóm z osobna bokom  
 $Ca$ ,  $ab$  troygrańca  $Cab$ ; lecz węgiel  $Bab$  jest  
większy od węgla  $Cab$ , (przez axioma 1.) za-  
czym y baza  $Bb$ , większa być musi od bazy  
 $Cb$ . (przez Wniosek IV. Propoz. V. Księgi III.)  
Co było do okazania.

Okazanie Części IV. Z centru  $a$ , pociągnawszy  
D4 pro-

promień  $aE$ , dajmy, że dwa węgły  $CaD$ ,  $DaE$  są sobie równe, co byż może, jeżeli łuki  $CD$ ,  $DE$  równe sobie są, (przez *Wniosek Definicji 8. Księgi III.*) toż z punktu  $b$  do punktu obwodu  $E$ , niech będzie powiedziona linia prosta  $bE$ . Ponieważ więc promienie  $aC$ ,  $aE$  są sobie równe, linia zaś  $ab$  jest bokiem wspólnym obydwom trygrom  $Cab$ ,  $baE$ ; zaczymy bazy  $bC$ ,  $bE$  przeciwległe równym z kondycyi założoney węglom, będą sobie równe. (przez *Prop. V. Księgi II.*) Każda zaś insza linia różna od tych dwóch  $bC$ ,  $bE$ , albo jest bliższa linii największej  $bA$ , albo dalsza, niżeli są linie  $bC$ ,  $bE$ ; zaczymy musi byż od nich albo większą, albo mniejszą, (przez *Część III. Prop. niniejszej*) więc z punktu  $b$ , który nie jest centrem koła, dwie tylko linie proste równe sobie do obwodu powiedzione byż mogą. Co było do okazania.

*Wniosek.* Ztąd idzie; że ten punkt w kole jest centrem onegoż, z którego trzy linie pociągnięte do obwodu, są sobie równe. A zatym kiedykolwiek dwie linie proste sobie równe, przecinają się w kole wzajemnie na połowę, punkt przecinania onychże, jest centrem koła.

#### PROPOZYCYA VII.

Od punktu  $B$  za kotem  $ACc$  obranego (*Fig. 15. Tab. 2.*) poprowadzisz do koła ilekolwiek linii prostych  $BA$ ,  $BD$ ,  $BC$ ; z tych najprzód, które na wewnętrznej obwodu wypukłość padną, największa jest linia prosta  $BA$  przechodząca przez centrum koła  $a$ .

Powtore.  $A$  z inszych linii prostych ta, która jest bliższa największej linii  $BA$ , na przykład linia  $BD$ ,  
większa

większa jest od ktoreykolwiek linii daley legtey, na przykład od linii  $BE$ .

Potrzenie. Z tych zaś, które na zewnątrz obwodu okrąg padają, najmniejsza jest linia prosta  $Bb$ , która powiedziona daley, prześztaby przez centrum koła.

Poczwarte. A te, które będą bliższe najmniejszej linii  $Bb$ , na przykład linia  $Be$ , mniejsze są od linii daley legtych, na przykład od linii  $BC$ .

Popiąte. Z tegoż punktu  $B$  dwie tylko linie proste między sobą równe, tak na wewnętrzną, iako y na zewnętrzną obwodu stronę paść mogą.

Okazanie Części I. Poprowadziwszy promień  $aD$ , ponieważ promienie  $aA$ ,  $aD$  są sobie równe, (przez Wniosek Definicji 5. Księgi III.) linia prosta  $BA$  równa jest dwom liniom  $aB$ ,  $aD$  razem wziętym, (przez *axioma* 1.) lecz te dwie linie proste  $aB$ ,  $aD$  razem wzięte, większe są od linii prostej  $BD$ . (przez *Prop. IV. Księgi II.*) Więc zamiast linii  $aD$ , wzięwszy równą iey  $aA$ , będzie linia prosta  $BA$ , większa od linii  $BD$ ; (przez *axioma* 2.) y dla teyże samey przyczyny większa będzie nad którąkolwiek inną linią, od punktu  $B$ , na wewnętrzną obwodu wypukłość padającą. Co było do okazania.

Okazanie Części II. Powiodłszy promień  $aE$ , dwa boki  $aD$ ,  $aE$  są sobie równe, (przez Wniosek Definicji 5. Księgi III.) y bok  $aB$ , wspólny obydwom troygrańcom  $DaB$ , y  $EaB$ ; węgiel zaś  $DaB$  jest większy od węgla  $EaB$ , (przez *Axioma* 1.) więc baza  $DB$  większa jest od bazy  $EB$ . (przez Wniosek IV. Propozycji V. Księgi III.) Co było do okazania.

Okaza-

*Okazanie Części III.* Pociągnawszy od centru do obwodu promień  $ae$ , będzie  $ab = ae$ , (*przez Wniosek Defin: 5. Księgi III.*) lecz dwie linie  $ae$ ,  $eB$  większe są od linii  $aB$ ; (*przez Propoz: IV. Księgi II.*) więc odiawszy równe części  $ae$ ,  $ab$ , zostanie linia  $eB$  większa od linii  $bB$ . (*przez Axioma 6.*) Tymże sposobem pokazać można, że linia  $CB$ , y którakolwiek inna, większa jest od linii  $bB$ ; zaczym ta ze wszystkich linii za kołem padłych, jest najmniejsza. Co było do okazania.

*Okazanie Części IV.* Dwie linie  $aC$ ,  $CB$  większe są od dwóch linii  $ae$ ,  $eB$ ; (*przez Defin: 5. Księgi I.*) więc od obydwóch odiawszy linie  $aC$ ,  $ae$ , które sobie są równe, (*przez wniosek Def. 5. Księgi III.*) zostanie się prosta linia  $CB$  większa od linii  $eB$ . (*przez Axioma 6.*) Co było do okazania.

*Okazanie Części V.* Że dwie tylko linie proste między sobą równe z punktu  $B$ , tak na zewnętrzną, iako y na wewnętrzną obwodu kołowego stronę paść mogą.

Węgiel  $Bae$  równy byź może węglowi  $Bac$ , (*przez okazanie Części IV. Prop. 6. Księgi niniejszey*) linie zaś proste  $ac$ ,  $ae$  są równe sobie; a linia  $aB$  jest bok wspólny obydwom troygrańcom  $caB$ ,  $eaB$ ; zaczym y bazy tych dwóch troygrańców, mogą byź między sobą równe, (*przez Prop. V. Księgi II.*) to jest dwie linie proste  $Bc$  y  $Be$  na zewnętrzną obwodu kołowego stronę z punktu  $B$  spuszczone. Ktorakolwiek zaś trzecia linia prosta, do teyże obwodu strony powiedziona, albo jest bliższa najmniejszey linii  $Bb$ , albo dalsza niżeli linie  $Bc$ ,  $Be$ ; a zatym albo mnieyszą, albo większą od nich byź musi. (*przez Część IV.*)



II. Propozycji niniejszej) Tymże samym sposobem okazać można, iż y na wewnętrznej obwodzie kołowego stronę CDA, dwie tylko także linie proste między sobą równe z punktu B spuszczone być mogą. Co było do okazania.

### PROPOZYCYA VIII.

Gdy koła na wierzchu płaskim (in superficie plana) przecinają się, lub dotykają wewnątrz; centru wspólnego mieć nie mogą. (Figura 16. Tab. II.)

Okazanie. Gdyby albowiem koła wzajemnie przecinające się, lub wewnątrz dotykające mogły mieć wspólne centrum, na przykład w punkcie A; tedy promienie z centru wspólnego do obwodu obydwóch koł powiedzione, powinny być równe, to jest:  $AF = AB$ , y  $AC = AB$ , (przez Wniosek D. śm: 5. Księgi III.) a ztąd  $AF = AC$ . Lecz cała linia AF żadną miarą nie może być równa części swojej AC; (przez Axioma 1.) więc koła wzajemnie przecinające się, lub dotykające wewnątrz, wspólnego centru w jednym punkcie mieć nie mogą. Co było do okazania.

Wniosek. Z tej Propozycji łatwo okazać można, iż koła w dwóch tylko punktach przecinają się wzajemnie. Bo gdyby w punktach więcej nad dwa, na przykład w punktach trzech B, C, F, (Figura 17. Tab. II.) przecinały się, tedy trzy linie proste od centru A koła QL, do tychże punktów B, C, F powiedzione AB, AC, AF, które sobie są równe, (przez wniosek D. śm: 5. Księgi III.) zasięgałyby także do obwodu koł O; i zacząłby punkt A byłby centrem tak koła QL, iako y koła OS. (przez Wniosek Prop. 6. Księgi III.) Węc dwa  
koła

koła QL y OS wzajemnie się przecinające, miałyby iedno wspólne centrum. Co się iawnie sprzeciwia okazaney dopiero Propozycji.

### PROPOZYCYA IX.

Gdy dwa koła, czyli to wewnątrznie, czyli zewnętrznie dotykają się, linia prosta przez centra ich powiedziona, przechodzi przez punkt dotykania się. (*Figura 18. y 19. Tab. II.*)

Okazanie Części I. Jeżeli dwa koła BL, BO, dotykają się wewnątrznie w punkcie B, linia prosta przez centra ich A, I powiedziona, przechodzi przez punkt dotykania się B. Daymy albowiem przez niepodobieństwo, że centra koł BL, BO tak leżą, iż linia prosta przez nie powiedziona, nie pada na punkt dotykania się B, lecz koła przecina w punktach O y L, tudzież, że centra tych koł są A y C. Ponieważ więc linie CB y CO, z mniemanego centru C koła BO do obwodu powiedziane, powinny być sobie równe, (*przez Wniosek Defn: 5. Księgi III.*) zatem dodawszy im wspólną linią AC, linie AC y CB, powinny być równe liniom AC, CO; czyli linii całej AO, (*przez Axioma 3.*) lecz linie AC y CB większe są od linii AB, (*przez Prop. 4. Księgi II.*) zatem y linia AO większa być powinna od linii AB, (*przez Axioma 2.*) a że taż linia AB rowa jest linii AL, (*przez wniosek Defn: 5. Księgi III.*) więc linia AO większąby być powinna y od linii AL, (*przez Axioma 2.*) co żadną miarą być nie może. (*przez Axioma 1.*)

Okazanie Części II. (*Figura 19. Tab. 2.*) Jeżeli koła CD, RQ zewnętrznie dotykają się w punkcie S, linia EF łącząca centra ich E y F, przez dotykania

nia się punkt *S* przechodzi. Dajmy bowiem przez niepodobieństwo, że centra tych kół w punktach *A* y *B*, tak leżą, iż linia prosta *AB*, przez też mniemane centra powiedziona, nie przechodzi przez *S* punkt dotykania się, ale koła przecina w punktach *O* y *Q*. Powiodłszy od centrow mniemanych do obwodu linie *AS*, *BS*, powinna być linia *AS*, równa linii *AO*, tudzież linia *BS*, równa linii *BQ*. (przez *Wniosek Definicji 5. Księgi III.*) Lecz *AS* y *SB* większe są od linii *AB*; (przez *Prop. 4. Księgi II.* więc y linie *AO*, *BQ*, części linii *AB* powinnyby być większe, od całej teyże samey linii *AB*. (przez *Axioma 2.*) Co żadną miarą być nie może. (przez *Axioma 1.*)

*Wniosek I.* Z tey Propozycji y z iey okazania każdy za rzecz niezawodną mieć powinien, iż koła czyli to zewnętrznie, czyli wewnętrznie, w jednym tylko punkcie dotykać się mogą.

*Wniosek II.* Jeżeli dwa koła, bądź zewnętrznie, bądź wewnętrznie dotykają się, linia prosta z centru jednego koła przez punkt dotykania się powiedziona, przechodzić powinna y przez drugiego koła centrum. Co naturalnie wypływa z niniejszey Propozycji.

### PROPOZYCYA X.

Zrobić węgiel równy danemu węglowi *DEF*. (*Figura 20. Tab. 2.*)

1. Od punktu *E* wierzchołku danego węgla, z którąkolwiek cyrkla otwartością odrysuy łuk *GH*.

2. Powiodłszy na osobnym miejscu prostą linią *ef*, z iey punktu *e*, tąż samą cyrkla otwartością odrysuy łuk *hi*.

3. Po-

3. Postawiwszy ieden koniec cyrkla w punkcie H, drugim zasięgnij do G punktu przecięcia na linii ED.

4. Zachowując też samę otwartość cyrkla, podług niey łuk hi, przetnij w punkcie g.

5. Przez punkt przecięcia g, od punktu e powiedź linią prostą ed. Tym sposobem stanie się węgiel geh, rowny danemu węglowi GEH.

*Okazanie.* Bo linie EG, EH, eg, eh, tudzież Łuki HG y hg są sobie równe. (przez same ich *roulenie*) więc y węgiel geh musi być rowny danemu węglowi GEH. (przez *Przypisek Defini-cyi* 8. *Księgi III.*)

*Wniosek.* (Fig. 21. Tab. 2.) Podobnym sposobem poprowadzić można przez dany punkt G, linią równo ległą względem linii CB. Gdyż z danego punktu G, powiodłszy iakąkolwiek linią prostą GF, do daney linii CB, a z punktu F łuk GD, iako też z punktu D, tąż samą cyrkla otwartością łuk FA odryfowawszy; potym podług miary łuku DG, przeciąwszy łuk FA w punkcie A, a przez tenże punkt A, y przez dany punkt G powiedzioną linią NM, będzie równo-ległą względem daney linii CB; (przez *wniosek II. Prop. V. Księgi I.*) ponieważ węgly naprzemian ległe GFD, FGA są równe sobie. (przez *Propozycyą ninieyszą.*)

**PRZYPISEK I.** (Fig. 22. Tab. 2.) H' polu także sznurem, lub tańczuchem węgiel z iednego miejsca, na drugie przenieść można; to jest: zrobić nprz: węgiel na miejscu C, rowny danemu węglowi na miejscu A, to zaś w sposób następujący.

1. Na miejscu danym C, wetknij kół, tudzież na miejscu d tak; ażeby linia Cd, linii AD wprzód zmierzoney rowna była.

2. Za



2. Za obydwie kije na miejscu C, y na miejscu d, zatknęte, zadziergnąwszy dwa powrozy, y związawszy je tak: żeby ieden był długości AF, drugi długości DF, wyciągnij potym, y kołkiem trzecim zabij na miejscu, gdzie się schodzą z sobą, nprz: na miejscu f. Tym sposobem zrobisz węgiel dCf, rowny danemu węglowi DAF. Bo bok Cf, rowny będzie AF, Cd rowny AD, df rowny DF; (przez same ich robienie) a zatym y węgiel C rowny danemu węglowi A. (przez wniosek I. Propozycji V. Księgi II.)

PRZYPISEK II. (Figura 23. Tab. 2.) Na tym fundamencie znaleźć można odległość dwóch miejsc zt y B, z których iedno tylko miejsce B jest dostępne: a to w sposób niżey opisany.

1. Na obranym podług upodobania miejscu E, wbijesz kij, y zmierzysz proszą linią EB. idź prosto z miejsca E, ku miejscu C poty, poki linia zmierzona EB nie będzie rowna linii EC.

2. W miejscu C zatkniesz kij tak: a żeby punkta CEB na iedney były linii prostej. zrob węgiel C rowny węglowi B sposobem, któryśmy podali w poprzedzającym Przypisku.

3. Potym z miejsca C uday się na miejsce D, w którymbyś kij tak mógł zatknąć, aby w linią proszą z punktami FC, y z punktami EA wychodził. 4. To uczyniesz, zmierz linią DC, ta będzie rowna linii niedostępney BA. Gdyż węgiel B, rowny jest węglowi C, a linia prosta CF, rowna linii BE. (przez same ich robienie) Procz tego węgiel DEC, BEA są wierzchołkiem przeciwległe, a tym samym rowne sobie, (prz: Prop. II. Księgi I.) więc y linia DC rowna bydz musi linii BA. (przez Wniosek II. Prop. V. Księgi II.) PRZY-

PRZYPISEK III. (Figura 24. Tab. II.) Tymże samym sposobem można zmierzyć rzeki szerokość  $AB$ . Lecz jeżeli przy brzegu rzeki nie można linii  $BD$  tak pociągnąć wprost, ażeby linią  $DE$  równą zrobić linii  $BD$ , tedy w takowym razie wethniemy na miejscu  $C$  iakożkolwiek odległym od brzegu rzeki, z tą jednak kondycją; żeby punkta  $CBA$  leżały na iedney linii prostej. Potym uczyniwszy to wszystko, co się w poprzedzającym Przypisku wyraziło, linia  $EF$  równa będzie linii  $CA$ . Zaczynam od linii  $EF$  odcinawszy linią  $Fb$  równą linii  $CB$ , zostanie się linia  $bE$ , równą linii  $BA$ . (przez axiom 4.) Zmierzywszy więc linią  $bE$ , wiadoma będzie rzeki szerokość  $AB$ .

### PROPOZYCYA XI.

Węgiel przy centrze, dwa razy iest większy od węgla przy obwodzie kołowym, jeżeli obydwaj na iednymże stoją łuku. (Figura 25. Tab. II.)

Okazanie. Ponieważ trojakim sposobem węgiel przy centrze, na tymże łuku, co y węgiel przy odwodzie stać może; zaczynam trojakie okazanie zadaney Propozycyi bydź powinno.

Daymy więc. Nayprzód: że węgiel  $ABC$  y  $ADC$  na iednymże łuku  $AC$  tak stoją, iż węgiel tykającego się obwodu, bok ieden  $AD$  pada na ieden bok  $AB$  węgiel przy centrze ległego. Mowię: że węgiel  $ABC$  legły przy centrze koła, dwa razy iest większy od węgla  $ADC$  tykającego się obwodu. Gdyż węgiel  $ABC$  iest zewnętrzny względem troygrańca  $CDB$ , zaczynam równy iest dwom węglom przeciw-ległym wewnętrznym (przez Prop. II. Księgi II.)  $D$  y  $C$ . Lecz promienie  $BD$ ,  $BC$ ,

to iest:

to jest: boki troygrańca CDB są sobie równe; (przez *Wniosek Definicji 5. Księgi III.*) a tym samym y węgiel D równy węglowi C, (przez *Wniosek 2. Propozycji 3. Księgi II.*) więc węgiel ABC musi być dwa razy większy od węgla D. Co było do okazania.

Daymy. *Powtore:* Ze boki węgla przy centrze ABC leżą między bokami węgla, przy obwodzie ADC. (*Figura 26. Tab. II.*) Obydway zaś te węgly stoją na jednymże łuku AEC; dowiodę y tu, że węgiel przy centrze ABC dwa razy większy jest od węgla przy obwodzie ADC. Poprowadziwszy bowiem linią prostą DBE przechodzącą przez B centrum koła, węgiel ABE jest dwa razy większy od węgla ADE, y węgiel EBC, także dwa razy większy od węgla EDC. (przez *Okazanie poprzedzające*) Więc cały węgiel ABC także dwa razy większy jest od całego węgla ADC. Co było do okazania.

Daymy. *Potrzenie:* Ze boki węgla przy obwodzie ADC, y węgla przy centrze ABC, przecinaia się, (*Figura 27. Tab. II.*) a obydwu na tymże łuku AFC stoją; dowodzę: iż węgiel przy centrze ABC dwa razy jest większy od węgla ADC, który tyka obwodu. Bo poprowadziwszy linią DBE, cały węgiel CBE (iakośmy już okazali) jest dwa razy większy od całego węgla CDE. Lecz węgiel ABE jest także dwa razy większy od węgla ADE. Więc od węgla całego EBC odiauwszy węgiel ABE, tudzież od węgla całego EDC, węgiel ADE, zostanie węgiel ABC dwa razy większy od węgla ADC. Co było do okazania.

## WNIOSKI.

*Wniosek I. (Fig. 25. Tab. II.)* Wszystkie węgły w tymże samym koła segmencie ległe, na jednym wspierające się łuku y obwodu tykające, są sobie równe; to jest: równe sobie są węgły  $AdC$ ,  $ADC$  w tymże samym koła segmencie  $AdDC$ . (przez *Axioma 7.*) Gdyż każdy z nich z osobna wzięty, jest połową węgła  $ABC$ , przy centrze koła ległego. (przez *Propozycją niniejszą.*)

*Wniosek II. (Figura 25. Tab. II.)* Węgiel przy obwodzie  $ADC$ , na łuku  $AC$  leżący, równy jest węglowi przy centrze  $FCB$ , stojącemu na łuku  $FC$ , który jest połową łuku  $AC$ , gdyż obydwaj węgły  $ADC$ ,  $FCB$  są połową jednegoż węgła  $ABC$ , a zatem muszą być sobie równe. (przez *Axioma 7.*)

*Wniosek III. (Figura 26. Tab. II.)* Wymiarem węgła przy obwodzie ległego, jest połowa łuku, na którym tenże węgiel stoi. Tak wymiarem węgła  $ADC$ , jest  $AE$ , połowa łuku  $AC$ , cały albowiem łuk  $AEC$ , jest miarą węgła  $ABC$ , (przez *Przypisek Definicji 8. Księgi III.*) którego węgiel  $ADC$  jest połową. (przez *Propozycją niniejszą.*)

*Wniosek IV. (Fig. 28. Tab. II.)* Węgiel  $ADB$  w puł kole jest prosty. Bo jego wymiarem jest ćwierć obwodu, czyli połowa puł obwodu  $AEB$ , na którym tenże węgiel stoi, (przez *Wniosek poprzedzający*) podobnym sposobem węgiel  $AbD$ , w mniejszym Segmencie jest wklęsły; Węgiel zaś  $ABD$ , w Segmencie większym jest spiczasty. Gdyż węgiel  $AbD$  stoi na łuku  $AEBD$ , a zatem wymiarem jego jest łuk większy nad ćwierć obwodu. Węgiel zaś  $ABD$ , stoi na łuku  $AbD$ , wymiarem

więc



więc iego jest łuczek mniejszy nad ćwierć obwodu.

*Wniosek V.* Idzie zatym, że ta część koła w ktorej mieści się węgiel prosty, jest pół-koło, ta zaś jest od pół-koła większa, w ktorej węgiel spiczasty leży. A ta część koła mniejsza jest od pół-koła, w ktorej jest węgiel wklęsły.

*Wniosek VI.* Czworgrańca w polu koła odrysowanego  $ABCF$ , (*Figura 29. Tab. II.*) dwa przeciw-ległe węgły  $B$  y  $F$ , albo  $A$  y  $C$  razem wzięte, są równe dwom węglom prostym. Poprowadzwszy albowiem linie  $BF$ ,  $CA$ , węgiel  $ABC$  oraz z węglami  $O$  y  $X$ , równy jest dwom węglom prostym, (*przez Prop. 1. Księgi II.*) lecz węgiel  $O$ , równy jest węglowi  $i$ , a węgiel  $X$ , równy węglowi  $Z$ , (*przez wniosek I. Prop. niniejszey*) więc węgiel  $ABC$ , oraz z węglami  $i$ ,  $Z$ , to jest: z całym przeciw-ległym węgłem  $AFC$ , równy jest dwom węglom prostym. Tymże samym sposobem okazać można, że y węgły  $A$ ,  $C$ , dwom węglom prostym równe są.

*PRZYPISEK.* (*Fig: 30. Tab. II.*) Na fundamencie Wniosku IV. Prop. niniejszey, najlepszy sposób jest następuiący poprowadzenia linii tykającej z danego np. punktu  $O$  do koła  $BQ$ . Z centru  $A$  do danego punktu  $O$ , poprowadzisz linia prostą  $AO$ , przecinaj ją na połowę w punkcie  $P$ . Toż z centru  $P$  przez punkta  $A$  y  $O$  odrysuj półkoło  $ABO$ , które w punkcie  $B$  przecina obwód danego koła  $BQ$ . Linia prosta powiedziona od punktu danego  $O$ , do punktu przecięcia  $B$ , będzie linia tykającą. Gdyż złączysz linia prostą punkta  $A$  y  $B$ , węgiel  $ABO$  w półkołe jest prosty, iakośmy w *II. Wniosku* powiedzieli. Dla tego linia  $OB$ , dotyka się danego koła  $BO$ . (*przez Propozycyą 3. Księgi III.*)

## PROPOZYCYA XII.

Węgiel segmentu zacięty linią tykającą koła, y cięciwą przez punkt dotknięcia powiedziona, rowny jest węglowi stojącemu w segmencie na przemian ległym. (Figura 31. Tab. II.)

Okazanie. Daymy, iż powiedziona jest linia tykająca FAG, y cięciwa AD, mówię: że węgiel segmentu FAD, rowna się węglowi AED, w segmencie naprzemian ległym stojącemu. Tudzież, że węgiel segmentu GAD, rowny jest węglowi AID, stojącemu także w segmencie naprzemian ległym. Gdyż poprowadziwszy Dyameter ACB, y punkta D, B złączywszy linią prostą DB, węgiel ADB w pułkole jest prosty, (przez Wniosek 4. Prop. 11. Księgi 3.) zaczym w troygrańcu prostokątnym ADB, węgły DAB, DBA równe są iednemu węglowi prostemu, (przez Wniosek 3. Prop. 1. Księgi 2.) a tym samym obydwie razem równe są węglowi FAB, który także jest prosty. (przez okazanie Części II. Propoz: 3. Księgi 3.) Więc od równych sobie węglów odiawszy wspólny węgiel DAB, zostanie węgiel FAD, rowny węglowi DBA. (przez Axioma 4.) Lecz węgiel DBA, rowny jest węglowi AED, (przez Wniosek 1. Propozycyi 11. Księgi 3.) więc węgiel FAD rowny także byź musi węglowi AED. (przez Axioma 2.) A że czworogrąńca w polu koła odrysowanego dwa węgły przeciw-legle AID. AED są równe dwom węglom prostym. (przez Wniosek 6. Propozycyą 11. Księgi 3.) zaczym równe byź muszą węglom FAD, DAG, które czynią dwa węgły proste, (przez Propozycyą 1. Księgi 1.) pokazaliśmy zaś, że węgiel FAD, rowny jest węglowi AED, więc y węgiel

gieł GAD, rowny jest węglowi AID. (*przez Axioma 4.*) Cò było do okazania.

*Wniosek I.* Z tey Propozycyi y z Wniosku III. Propozycyi poprzedzającej, oczywiście pokazuje się, że węgiel FAD segmentu mnieyszego, miarą jest połowa łuku AID, cięciwą AD związanego, tudzież, że węgiel DAG segmentu większego, miarą jest połowa łuku AED.

*Wniosek II.* (*Figura 32. Tab. II.*) Dwie linie proste tykające koła, od iednego punktu za kołem wziętego powiedzione, są sobie równe. Tak równe sobie są linie proste eb, ed tykające koła AGB, z iednego punktu e, za kołem wziętego powiedzione: albowiem przez punkta dotknięcia b, d poprowadziwszy linią prostą bd, węgły ebd, edb są sobie równe, bo ieden mają wymiar, to jest: połowę łuku bGd cięciwą bd związanego. (*przez Wniosek poprzedzający*) Zaczym w troygrańcu bed dwa boki przeciw-ległe rownym węglom przy bazie leżącym, są równe sobie. (*przez Wniosek II. Prop. III. Księgi II.*) Te zaś są dwie linie tykające koła eb, ed.

### PROPOZYCYA XIII.

*W polu regularney pięcio-boczney figury odrysować koło: tudzież regularną pięcio-boczną figurę kołem otoczyć.* (*Figura 33. Tab. II.*)

*Rozwiązanie.* Dwa węgły daney pięcio-boczney figury B y C, przetniy na połowę prostemi liniami BA, CA schodzącemi się w punkcie A, od ktorego powiedź do boku CB, linią pionową AL. Potym punkt A wzięwszy za centrum, a linią AL za promień, czyli otwartość cyrkla, y odrysowawszy

nim koło, mówię: że to dotykać się będzie wszystkich, daney pięcio-boczney Figury bokow, a zatem że jest w niej regularnie odryślowane. Jeżeli zaś z tegoż centrum A, wzięwszy za promień, czyli otwartość cyrkla linią AB, ( którą węgiel B na dwoie jest przecięty ) koło odryśliesz, tedy to niezawodnie przechodzić będzie przez punkta B, C, D, E, F. y daną pięcio-boczną figurę obwodem swoim regularnie otoczy. ( czytaj Defini: 23. y 24. tej III. Księżki. )

*Okazanie Części I.* W troygrańcach DCA, BCA, ponieważ bok DC, rowny jest bokowi BC. (przez założoną kondycyą) Bok AC obydwom troygrańcom wspólny, a do tego węgiel P rowny węglowi O; (przez same robienie) będzie zatym y węgiel G rowny węglowi I. (przez Propozycyą V. Księgi II.) ale całe także węgly B, D, są sobie równe. (przez założoną kondycyą) Więc iako węgiel G jest połową węgla B, tak y węgiel I połową jest węgla D, a tym samym węgiel D jest na połowę przecięty linią AD. Dla teyże samey przyczyny y inne pięcio-kątne węgly E, F, są na połowę przecięte, a tym samym wszystkie węgly tak podzielone, są między sobą równe. Ale nad to powiodłszy linie pionowe AM, AS, AN, AR, ponieważ w troygrańcach LBA, MBA dwa węgly z osobna wzięte, węgiel G y węgiel BLA równiają się z osobna wziętym węglowi Q y węglowi BMA, y bok BA, obydwom troygrańcom jest wspólny, ztąd y linie AL, AM, są sobie równe, (przez Wniosek 3. Prop. 5. Księgi II.) a dla podobneyże przyczyny y inne wszystkie powiedzione linie pionowe AM, AS, AN, AR, muszą być między



dzy sobą równe, więc koło z centru A, przechodzące przez punkt L, przechodzić musi przez wszystkie inne punkta M, S, N, R, (*przez Defini: 1. Księgi III.*) y w tychże punktach dotykać się pięciu boków danego pięcio-kąta. (*przez Prop. V. Księgi III.*) Co było do okazania.

*Okazanie Części II.* Dopiero co dowiedliśmy, że w troygrańcu CAB, węgły O y G są sobie równe, przetoż boki także AC y AB równe sobie bydź muszą, (*przez Wniosek 2. Propoz: 3. Księgi II.*) a z teyże samey przyczyny linie AB, AF, AE, AD, są także y sobie, y liniom AC, AB równe. Więc koło z centru A przez punkt B odrysowane, y przez punkta C, D, E, F, przechodzić musi, a zatem pięcio-kątna Figura regularna kołem jest otoczona. Co było do okazania.

*Wniosek I.* Tymże samym sposobem, co dopiero okazany Propozycyi podany, w polu każdej Figury równo-boczney y równo-kątney odrysować można koło, tudzież każdą Figurę równoboczną y równo-kątną kołem otoczyć.

*Wniosek II.* (*Figura 34. Tab. 2.*) W polu także iakiegokolwiek troygrańca, acz nie równobocznego y nierówno-kątnego, tym samym sposobem odrysujesz koło. Danego *np.* troygrańca prostemi liniami CA, EA schodzącemi się w punkcie A. Z tego punktu A powiedź linie pionowe AB, AG, AF. To gdy uczynisz, dowiodę tego, że koło z centru A przez punkt B odrysowane, przechodzić oraz będzie przez punkta G, F, y dotykać się trzech boków danego troygrańca. Bo że w troygrańcach CAG, CAB, węgły AGC, ABC są proste, (*z samego robienia*) a tym samym sobie równe,

E 4 (przez

(przez Definicję II. Księgi I.) Węgły oraz GCA, BCA muszą być sobie równe, (przez axioma 7.) bo są połowy całego węgła C. (z samego robienia) Do tego bok AC obydwom troygrąncom jest wspólny, toć y bok AG równa się bokowi AB. (przez Wniosek 3. Prop. 5. Księgi II.) Przez podobny wywód pokazalibyśmy łatwo, że y linia AF równa jest linii AB. Więc koło z centru A przez punkt B odrysowane, przechodzi y przez punkta G, F. Ze zaś węgły przy punktach B, G, F, są proste, (z samego robienia) dotyka się wszystkich trzech troygrątka boków. (przez Prop. 3. Księgi III.)

*Wniosek III. (Figura 35. Tab. 2.)* Troygraniec zaś iakikolwiek kołem otoczyś, w ten sposób: troygrątka danego BCD dwa boki BC, CD przecniy na połowę w punktach E, O powiedź linie pionowe EA, OA schodzące się z sobą w punkcie A; to gdy uczynisz, mowię: iż punkt A jest centrem koła, które ma być odrysowane przez punkta B, C, D, czyli, które ma otaczać, dany troygraniec BCD. Gdyż jeżeli z punktu A powiedziesz linie proste AC, AD, AB, dwa boki z osobna wzięte DO, AO, troygrątka AOD równe będą dwóm z osobna wziętym bokom CO, OA troygrątka AOC, (z samego robienia) a do tego węgły przy punkcie O ległe, są sobie równe. (przez Definicję 12. Księgi I.) Więc y bok AD musi być równy bokowi AC. (przez Prop. V. Księgi II.) Tymże samym sposobem okazać można, że linia AB równa jest linii AD. (przez Axioma 2.) Zaczniemy koło z centru A przez punkt B odrysowane, przechodzić oraz będzie przez punkta C y D, a tym samym dany iakikolwiek troygraniec, nprz: BCD kołem otoczony będzie.

**PRZYPISEK.** *Wiedzieć należy, że podług różnego gatunku troygrańca kołem otoczonego, różnie przypaść może y centrum tegoż koła. Jeżeli troygraniec jest ostro-kątny, centrum koła przypadnie w polu troygrańca. Jeżeli troygraniec jest prostokątny, centrum koła przypadnie na boku prostemu kątowni przeciw-ległym. W troygrańcu zaś wklęsłokątnym, centrum koła przypadnie w miejscu takim ległym za troygrańcem. Co iajna jest z Wniosku IV. y V. Propozycji XI.*

#### PROPOZYCYA XIV.

*W polu danego koła regularną sześćio-boczną Figure (hexagonum) odrysować. (Fig. 36. Tab. 2.)*

*Rozwiązanie.* Powiodłszy Dyameter  $FA B$ , z punktu  $B$  przez centrum  $A$  odrysuy koło, ktoreby obwód danego koła przecinało w punktach  $C$  y  $D$ . Potym z punktu  $F$  przez centrum  $A$  odrysuy drugie koło, ktoreby także obwód danego koła przecinało w punktach  $E$  y  $G$ . Toż te sześć punktów  $B, C, E, F, G, D$  złączysz liniami prostemi, będzie w polu danego koła odrysowana regularna Figura sześcioboczna.

*Okazanie.* Z centru  $A$  powiodłszy promienie  $AC, AE, AG, AD$ , te będą sobie równe. (przez Wniosek Definicji Księgi III.) Ale  $AB, BD, BC$ , tudzież  $AF, FG, FE$  równe także być sobie muszą. (przez Wniosek Defini: 5. Księgi III.) Więc wszystkie oraz  $AC, AE, AG, AD, AB, BD, BC, AF, FG, FE$  równe są sobie, (przez Axioma 2.) a zatym troygrańce  $H, I, M, L$ , są równo-boczne. Ponieważ więc w troygrańcu  $H$  wszystkie trzy węgły są sobie równe, (przez Wniosek 1. Prop. 3. Księgi 2.)  
a razem

a razem wzięte, równe są dwóm węglom prostym. (*przez Propozycyą I. Księgi II.*) Dla tego ieden którykolwiek węgiel tegoż równo-bocznego troygrańca np. węgiel CAB, jest trzecią częścią dwóch prostych węglów. Dla teyże przyczyny y węgiel FAE troygrańca równo-bocznego M jest także trzecią częścią dwóch prostych węglów. A zatym dwa węgly CAB, FAE są dwie części dwóch prostych węglów, z kąd oczywista rzecz jest, iż węgiel EAC czyni trzecią część dwóch prostych węglów. (*przez Wniosek I. Propozycyi I. Księgi I.*) A tym samym węgly EAC, CAB muszą być sobie równe. Lecz boki także EA, AC równe są bokom BA, AC, (*przez Wniosek Defm: 5. Księgi III.*) więc y baza EC równa jest bazie CB, (*przez Prop. V. Księgi II.*) to jest: jako się już pokazało, promieniowi AC. (*przez Axioma 2.*) Zaczynam troygraniec N jest także równo-boczny, y toż samo okazaćby można o troygrańcu K. Ponieważ więc wszystkie troygrańce H, I, K, L, M, N, są równo-boczne, rzecz oczywista jest, że wszystkie z osobna sześćcio-kątne boki CB, BD, DG, GF, FE, EC, równe są promieniowi AC, czyli AB, a tym samym y między sobą są także równe. (*przez Axioma 2.*) Więc sześćcio-kąt w polu koła odrysowany, jest równo-boczny; ale oraz jest y równo-kątny, bo wszystkie z osobna jego węgly E, C, B, D, G, F, składają się z dwóch równo-bocznego troygrańca węglów sobie równych. A zatym sześćcio-kąt, który odrysowaliśmy, w polu koła jest regularny. Co było do okazania.

*Wniosek I. (Fig. taż sama) Z okazania tey Propozy-*



pozycyi widzimy oczywiście, że bok sześćo boczney Figury odryfowany w polu koła, czyli cięciwa łuk sześćdziesiąt gradusów wiążąca, równa się promieniowi tegoż koła. Y na tym fundamencie pułcięciwie gradusów trzydziestu, równe jest połowie promienia. (przez Defn: 11. Księgi III. y przez Axioma 7.)

*Wniosek 11.* Na fundamencie okazania teyże samey Propozycyi, bardzo łatwo odryfować można w polu danego koła troygraniec równoboczny, a to w ten sposób: Powiodłszy Dyameter FB, (Figura 36.) y z punktu B przez centrum A odryfowałszy łuk CAD, punktu C, F, D, złącz liniami prostemi. Z których uformowany troygraniec w polu koła będzie równoboczny.

*PRZYPISEK.* Dotąd jeszcze Ziemiomiernikom niewiadomy jest sposób na odryfowanie w polu koła geometrycznie, to jest: samym Cyrklem y linią wszystkich, iakie bydź mogą, Figur wielobocznych, mających np. boków 7, 9, 11, 13, &c. to bowiem zawisła od podziału obwodu kołowego na dane części; a takowego podziału sposób generalny nie jest jeszcze wynaleziony. Mechanicznie iednak, czyli praktycznie można iakąkolwiek regularną wieloboczną Figurę w polu koła odryfować sposobem następującym, przez liczbę boków danego wielokąta, podziel trzysta sześćdziesiąt gradusów, które są powszechnym wymiarem każdego obwodu kołowego, a wieloraz czyli quotus z trzy Dwuizyi wypadający; ile gradusów zamykać w sobie będzie, tyleż gradusów biorący w siebie węgiel zrob przy centrze koła; Łuk zaś, na którym ten węgiel stać będzie, podwój zawwszy cięciwą, cięciwa ta będzie bokiem danego

wielo-

wielokąta. Naprzykład (Figura 37. Tab. 2.) chcąc w polu danego koła  $BCDEFHK$  odrysować dziewięcio-boczną regularną Figurę: przez 9. to jest: przez sumnę boków, podziel gradusów 360. z Dywizyi wypadnie wieloraz 40, toż pociągniesz promień  $AB$ , przytoż do niego Dymeter pułkoła Geometrycznego (a) tak: ażeby centrum pułkoła leżało na centrze danego koła  $A$ , a od punktu  $B$  odciawszy gradusów 40, do punktu  $C$  powiedź promień  $AC$ . Potym łuk zaięty promieniami  $AB$ ,  $AC$ , podwiązawszy cięciwą  $BC$ , cięciwa ta będzie bokiem daney dziewięcio-boczney Figury, którą odrysujesz w polu danego koła, powiodłszy z punktu  $C$  cięciwę  $CD$  równą cięciwie  $BC$ . y cięciwy daley następujące  $DE$ ,  $EF$ ,  $FG$ ,  $GH$ ,  $HI$ ,  $IK$ ,  $KB$ ; tym sposobem odrysowany dziewięcio-kąt  $BCDEFGHIK$ , z samey roboty będzie równo-boczny. A że te wszystkie troygrzańce  $a, b, c, d, e, f, g, h, m$ , są wzajemnie względem siebie równo-boczne, (ponieważ bokami ich są promienie y cięciwy z samego robienia równe sobie) a tym samym są y równo kątne; (przez Wniosek I. Propozycji V. Księgi II.) Z tey przyczyny wszystkie tego dziewięcio-kąta węgły  $B, C, D, E, F, G, H, I, K$ , złożone z dwóch węgłów zupełnie sobie równych, równe sobie być muszą. (przez axioma 7.) Węc dziewięcio-boczna Figura  $BCDEFGHIK$ , y którakolwiek inna podanym dopiero sposobem, w polu danego koła odrysowana, będzie równo-boczna y równo-kątna.

## PROPO-

[a] Pułkoło, czyli Semi-Cyrkuł jest instrument Geometryczny z mosiądzu, lub inney iakiey twardey materyi zrobiony, którego puł-obwodu podzielone jest na gradusów 180. zażywała go Geometrowie do mierzenia lub robienia węgłów. [zobacz Figurę 39.]

PROPOZYCYA XV.

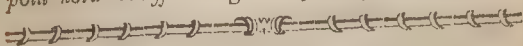
*Regularną sześćcio-boczną Figurą otoczyć koło.  
(Figura 38. Tab. II.)*

*Rozwiązanie.* Odryśuy wprzód w polu danego koła sześćcio-kąt porządný GHIKMN, (*przez Propozycyą poprzedzającą*) toż powiedź linie tykające koło w punktach G, H, I, K, M, N, które się z sobą zeydą w punktach B, C, D, F, E, R; to gdy uczynisz, mówię: iż dane koło otoczone będzie sześćcio-kątem porządnym BCDFER.

*Okazanie.* Z centru koła A powiedź linie proste AG, AB, AH, AC, AI. Ponieważ linie tykające BG, BH, są sobie równe, (*przez Wniosek II. Propozycyi XII. Księgi III.*) tudzież promień AG równy promieniowi AH, bok zaś AB wspólny, więc troygrańce GAB, HAB, są względem siebie równoboczne, a zatym równo-kątne. (*przez Wniosek 1. Prop. V. Księgi II.*) To jest węgiel O równy węglowi P, a węgiel Q, równy węglowi S. Zaczym cały węgiel B, jest dwa razy większy od węgla P, y cały węgiel GAH, dwa razy większy od węgla S, dla teyże samey przyczyny węgły C y HAI, są dwa razy większe od węglów T y N. Ale, że cięciwy GH, HI, z samego robienia są sobie równe, a tym samym równe także łuki GH, HI, (*przez Wniosek 2. Prop. V. Księgi III.*) więc węgiel GAH, równy jest węglowi HAI, (*przez Przypisek Defn: 8. Księgi III.*) a przeto węgiel S, musi także być równy węglowi N. (*przez Axioma 7.*) Ponieważ tedy w Troygrańcach BAH, CAH, węgły S, N, są sobie równe, a węgły przy H są proste. (*przez Prop. 3. Księgi III.*) Bok zaś AH jest wspólny obydwom troygrańcom, toć linie  
BH,

BH, CH, tudzież węgły P y T równe są. (przez Propoz: 5. Księgi II.) Tymże sposobem okazaćby można, że linie BG, RG, są sobie równe; więc linie CB, RB, dwa razy większe od równych sobie linii BH, BG, są równe. Tymże samym sposobem dowiodłbym, że wszystkie inne boki sześciokąta otaczającego koło, są sobie równe. Ale węgły także B y C są sobie równe. (przez Axioma 7.) Bom pokazał, iż są dwa razy większe od węglów P y T sobie równych; y dla teyże samey przyczyny inne tegoż sześciokąta węgły wszystkie bydy sobie muszą równe; zaczym sześciokąt BCDFER otaczający koło jest regularny, to jest: równoboczny y równokątny. Co było do okazania.

PRZYPISEK. Tymże kształtem, któryśny w niniejszey Propozycji widzieli, danym jakimkolwiek wielokątem koło otoczyć można, to jest: odrysowawszy wprzód w polu koła wielokąt podobny danemu, potrzeba potym powiesić linie tykające do tych obwodu punktów, w których węgły wielokąta w polu koła odrysowanego dotykają się obwodu.



## K S I Ę G A IV.

O Proporcji, y podobieństwie Figur płaskich.

DEFINICYE CZYLI OPISANIA GRUNTOWNE.

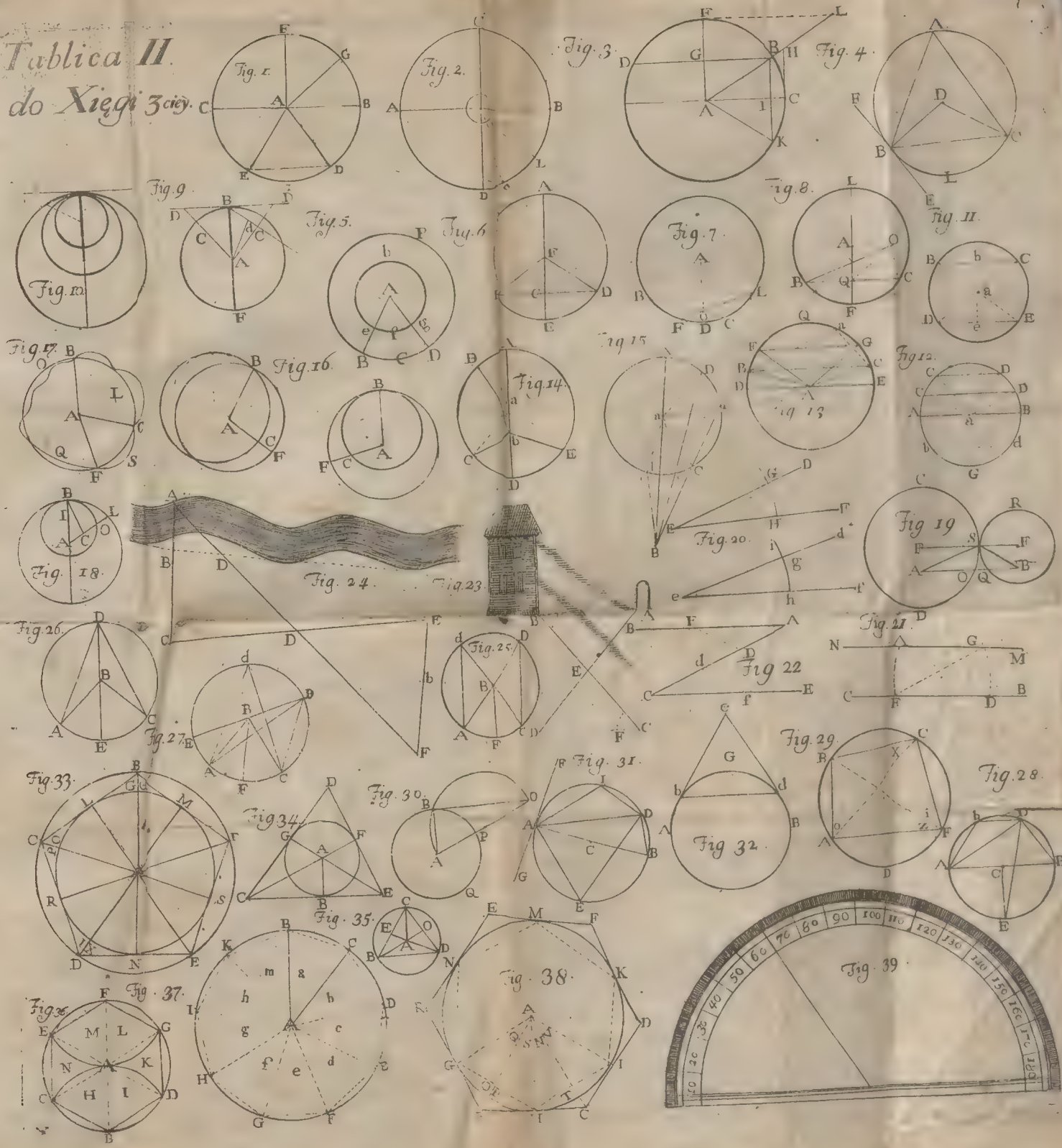
I. **P**roporcya, czyli wzgląd dwóch wielkości, (*proportio vel ratio*) jest relacya jedney do drugiey w tym, iż jedna drugą pewnym sposobem w sobie zamyka, alboli też w niey zamyka się. Tak liczba 8, że dwa razy zamyka w sobie  
liczbę



211 Jan

# Tablica II.

do Xiegi 3ciej.



licz  
mo  
wz  
nie  
wa

po  
po  
Gd  
fob  
ka  
nik  
ile  
tyk  
dan

po  
zo  
ie  
po  
po  
dru

kro  
czy  
kie

Fro

koś  
nat  
ma  
dza



liczbę 4, a trzy razy zamyka się w liczbie 24. mowiemy, że do obydwóch tych liczb ma iakiś wzgląd, czyli proporcją. Przeto potrzeba koniecznie, aby te wielkości, które się porównywaia z sobą, były iednegoż gatunku.

*Wniosek.* Proporcya zatym dwóch wielkości poznaie się z Dywizyi, przez Dywizyą bowiem pokazuje się, ile razy iedna drugą w sobie mieści. Gdyż wielkość, którą dzielę, tylekroć zamyka w sobie tę, przez którą dzielę, albo w niey zamyka się, ile razy wielo-raz z tego podzielenia wynikaiały zamyka w sobie iedno, (*unitatem*) albo ile razy zamyka się w iedności. *Czytaj Arytmetykę Polską w Drukarni naszey Warszawskiej wydany Roku 1766. na karcie 133.*

2. Pierwszy Proporcyi termin zowie się termin poprzedziający, (*atecedens proportionis*) drugi zaś zowie się termin następuiający, (*consequens*) tak: ieżeli wielkość literą a wyrażona, ma iaką proporcją do wielkości pod literą b, pierwszy proporcyi termin a iest poprzedziający, (*atecedens*) drugi zaś b iest termin następuiający. (*consequens*)

*PRZYPISEK.* Proporcya dwóch wielkości częstokroć wyraża się przez frakcyą, ktorey Licznikiem, czyli Numeratorem iest (*atecedens*) a Mianownikiem, czyli Denominatorem, (*consequens*) y tak

Frakcyą  $\frac{a}{b}$  wyraża proporcją wielkości a do wielkości b.

3. Wykładacz proporcyi (*exponens, vel denominator proportionis*) iest liczba całkowita, lub łamana wyrażaiająca sposob, którym termin poprzedziający zamyka w sobie termin następuiający, lub  
jakim

jakim sposobem w terminie następującym zamyka się, tak liczba 2 jest Exponens wykładający względ czyli proporcją, która zachodzi między 6, y 3, gdyż pokazuje, że liczba 6 dwa razy liczbę 3 w sobie zamyka. Podobnież frakcyja  $\frac{1}{3}$  jest wykładacz proporcji 2 do 6, bo widocznie wskazuje, że 2 termin poprzedzający jest trzecią częścią 6 terminu następującego, czyli, że 2 trzy razy mieści się w sześciu.

*Uwaga.* Każdey zatem proporcji Exponens, czyli wykładacz nie różni się od wieloraz wypadającego z Dywizji, w ktorej termin poprzedzający dzieli się przez termin następujący. Ponieważ więc termin podzielny, tak się ma do Dzielnika, iak się ma wieloraz do jednego, (*ad unitatem*) (co pokazało się w Arytmetyce) na tym fundamencie poprzedzający termin proporcji, tak się mieć będzie do terminu następującego, iak się ma Exponens proporcji do 1.

4. Proporcya jest dwoiaka, jedna równości, druga nierówności. *Proporcya równości* jest względ dwóch wielkości, z których jedna równa się drugiej. *Proporcya nierówności* jest względ dwóch wielkości, z których jedna drugą przewyższa. Ta ostatnia dzieli się na proporcją większey nierówności, y na proporcją mniejszey nierówności. *Proporcya większey nierówności* jest względ wielkości większey do mniejszey, iaka jest proporcya 6 do 3. A jeżeli wielkość większa, dwa razy w sobie mieści mniejszą, zowie się *Proporcya dwukrotnia*, (*ratio dupla*) jeżeli trzy razy, *Proporcya trzykrotnia* (*ratio tripla*) &c. *Proporcya mniejszey nierówności* jest względ wielkości mniejszey



szey do więkſzey, iaki ieſt liczby 3. do liczby 6. Y ieżeli wielkość mnieyſza dwa razy mieſci ſię w więkſzey, zowie ſię proporcya *podwakrotnia* (*ratio ſubdupla*) ieżeli trzy razy; *podtrzekrotnia* (*ſabtripla*) &c. Naprzykłąd: linia oſmiu ſtop do linii czterech ſtop ieſt w proporcyi dwukrotney; a linia czterech ſtop do linii ſtop oſmiu ieſt w proporcyi poddwukrotney.

5. Dwie Proporcye zowiemy, podobne, teſz ſame, albo równe ſobie, (*ſimiles, eadem, vel æquales*) (co iednoſż ſnaczy,) gdy poprzedzające terminy tych dwóch proporcyi, tymſze ſamym ſpoſobem zamykają w ſobie terminy naſtępujące; lub tymſze ſpoſobem w terminach naſtępujących mieſzczą ſię. Tak proporcya liczby 12. do 4. ieſt równa, czyli podobna proporcyi liczby 6. do 2. Bo iako 12. termin poprzedzający iedney proporcyi, trzy razy zamyka w ſobie 4. termin ſwoy naſtępujący, tak 6. termin poprzedzający drugiej proporcyi trzy razy takſze w ſobie mieſci 2. ſwoy termin naſtępujący.

*Wnioſek.* Te więc Proporcye będą między ſobą równe, ktorych Exponenſe czyli wykładcze równe ſą; y na odwrot: kiedy dwie proporcye ſą ſobie równe, Exponenſe oraz ich, czyli wykładcze równe będą.

6. Z dwóch Proporcyi, ta zowie ſię więkſza; ktorey antecedens więcey razy w ſobie zamyka ſwego konſekwenſa, lub mniej razy w ſwoim konſekwenſie mieſci ſię; ta zaś zowie ſię mnieyſza, ktorey antecedens mniej razy mieſci w ſobie ſwego konſekwenſa, lub więcey razy w ſwym konſekwenſie zamyka ſię. Tak proporcya liczby 8. do

8. do 2. większa jest nad proporcją liczby 9. do 3, gdyż liczba 8 więcej razy mieści w sobie 2, niżeli liczba 9. mieści w sobie 3. Y na odwrot: Proporcja liczby 2 do 8, mniejsza jest od proporcji liczby 3 do 9, bo liczba 2, więcej razy zamyka się w 8, niżeli liczba 3 w 9.

*Wniosek.* Z tey przyczyny ta Proporcja większa jest, ktorey Exponens jest większy, y jeżeli z dwóch proporcji, jedna większa jest od drugiey, większey proporcji Exponens większy, mniejszey zaś Exponens mniejszy być musi.

7. Te części zowią się podobne, ktore do całych swych rzeczy rowny wzgląd, czyli proporcją mają; tak liczby 2 y 3 są części podobne względem liczb 6 y 9; ponieważ proporcja 2 do 6 rowna się proporcji tey, którą ma liczba 2 do 9. (*przez Definicją V. Księgi IV.*)

8. Proporcjonalność Ziemiomierznicza (*Proportionalitas, vel proportio Geometrica*) którą Grecy zowią Analogia, jest proporcji podobność, czyli równość; ztąd cztery terminy zowią się geometrycznie proporcjonalnemi, gdy proporcja pierwszego terminu do drugiego, nie różni się od proporcji trzeciego do czwartego, takie są liczby 12, 6, 8, 4, bo między nimi proporcja zachodzi dwukrotnia, tak pierwszej liczby do drugiey, iak trzeciey do czwartey.

*Wniosek.* Kiedy z czterech terminow geometrycznie proporcjonalnych, pierwszy będzie rowny, albo większy, lub mniejszy od drugiego, na ten czas trzeci także termin rowny, albo większy, lub mniejszy od czwartego być musi.

PRZYPISEK. Proporcjonalność Geometryczna czterech

czterech terminow  $A, B, C, D$ , tym sposobem wyraża się  $A.B = C.D$ . Niektorzy iednak Geometry zamiast tego równości znaku  $=$ , zażywają takiego :: y piszą  $A.B :: C.D$ . Terminy  $A$ , y  $D$ . zowią się krayne, (extremi) Terminy zaś  $B$  y  $C$  zowią się środkowe, (medii)

9. Cztery terminy zowią się wprost proporcjonalne, (*directe proportionales*) jeżeli tak się ma pierwszy termin do drugiego, iak się ma trzeci do czwartego. Jeżeli zaś tak się będzie miał czwarty termin do trzeciego, iak pierwszy do drugiego, na ten czas zowią się na odwrot proporcjonalne. (*reciproce proportionales*)

10. Jeżeli terminy we środku położone biorą się dwa razy, raz iako konsekwensy względem poprzedzających, drugi raz iako antecedenśy względem następujących terminow, takowa na ow czas proporcya zowie się proporcją ciągłą; (*proportio continua*) y wyraża się tym sposobem:  $24, 12, 6$ , to jest: iak się ma np. linia od stop 24, do linii mającey stop 12, tak się ma też sama linia od stop 12, do linii stop 6 mającey. Ta zaś linia stop 12 mająca, lub ktorakolwiek inna między dwiema terminami w proporcji średzek trzymająca, zowie się linią średnią proporcjonalną: (*media proportionalis*)

PRZYPISEK. Oprocz Proporcji Geometryczney; jest ieszcze proporcya arytmetyczna y harmoniczna. Proporcya arytmetyczna jest równość przewyższek (*differentiarum*) między danemi rzeczami zachodzących, to jest: cztery terminy zowią się arytmetycznie proporcjonalne, kiedy przewyższka pierwszego terminu od drugiego, rowna się przewyższce

F2 -- -- -- termi-

terminu trzeciego do czwartego, iako to widzicie się daie w czterech następujących terminach arytmetycznie proporcjonalnych:  $5.3::6.4$ . Proporcya zaś harmoniczna, (*proportio harmonica*) jest w ten czas, kiedy trzy terminy tak są ułożone, że iak się ma termin największy do najmniejszego, tak się ma przewyższka między terminem największym y średnim zachodząca, do przewyższki między terminem średnim y najmniejszym będącej: iako np. w tych trzech liczbach 12, 8, 6, iak się ma 12 termin największy do 6 terminu najmniejszego, tak się ma 4 przewyższka między terminem największym y średnim, do 2, które są przewyższką między terminem średnim y najmniejszym. Wiedzieć zaś potrzeba, że ilekroć u Geometrow jest wzmianka proporcji, bez dotożenia iakiey? tylekroć rozumieć zaśsze potrzeba proporcją Geometryczną.

11. Terminy równo-względne (*homologi*) zowią się, które mają równy wzgląd, czyli proporcją do innych terminow następujących. Tak ieżeli będzie  $A.a \equiv B.b$ . terminy A, B, zwać się będą równo-względne. Kiedykolwiek więc są cztery terminy geometrycznie proporcjonalne, zawsze Antecedensy muszą być względem siebie równo-względne.

12. Proporcya składowa (*ratio composita*) zowie się, kiedy iey exponentem jest produkt, z exponentow innych proporeji zmnożonych wypadający. Tak ieżeli proporeji  $a:b$  exponentem jest m, proporeji zaś  $d:e$  ieżeli exponentem jest n, to proporcya, ktorey exponentem będzie  $m \times n$ , to jest m zmnożone przez n, będzie się zwać proporcją złożoną, (*proportio composita*) z proporcji



porcyi  $a:b$  y z porcyi  $d:e$ , ieżeli porceya składa się z dwóch porcyi, zowie się porceya dwoiſta, (*ratio duplicata*) ieżeli składa się z trzech porcyi, zowie się porceya troiſta, (*ratio triplicata*) y tak daley.

13. W ten czas mowiemy, iż dwa terminy są w porcyi poddwoiſtey (*in ratione subduplicata*) względem dwóch innych terminow, kiedy kwadrat zrobiony z exponenſa tyclże dwóch proporcjonalnych terminow rowna się exponenſowi porcyi dwóch terminow danych. Tak termin  $A=16$  do terminu  $C=8$  ieſt w porcyi poddwoiſtey terminow  $D=8$ . y  $E=2$ . Gdyż kwadrat 4 zrobiony z 2 Exponenſa porcyi  $A:B$ : rowny ieſt 4. exponenſowi porcyi  $D:E$ : W porcyi zaś podtroiſtey (*in ratione subtriplicata*) dwa terminy będą; gdy ſześciogran (*cubus*) ( $b$ ) z ich exponenſa zrobiony, rowna się exponenſowi innych dwóch danych terminow. Np. termin  $A$ . do terminu  $B$ . ieſt w porcyi podtroiſtey innych dwóch danych terminow  $C, D$ , ieżeli ſześciogran z exponenſa porcyi  $A:B$ : rowny ieſt exponenſowi porcyi  $C:D$ : y tak daley.

PRZYPISEK. Z Axiomatow w ſamym wſtępie do Ziemiomiernictwa założeń, y z dopiero co podanych Definicji, te niezawodne wyſtupiają prawdy, czyli Axiomata powtorne.

I. Kiedykolwiek wielkość iaka przez inną wielkość między ſobą rowna, moltiplikue się z oſobną; albo też: kiedy rzeczy między ſobą rowne przez iadną iaką moltiplikują się z oſobną wielkość; produkta z tych moltiplikacyi zawsze rowne bydź muſzą.

F 3

2. Podo-

[b] Czytay Arytmetykę o ſześciogranie. Folio 100.

2. Podobnież, jeżeli też sama wielkość przez inne między sobą równe, albo jeżeli równe między sobą wielkości, przez iednęż, lub inną iaką równą iey wielkość, dzielone z osobna będą; tedy wielo-razy równą byćż powinny.

3. Wielkości między sobą równe, względem iednego, lub względem wielu równych między sobą terminow, iednęż proporcją mają. T na odwrót: Te wielkości, które do iednego, lub do wielu równych między sobą terminow, iednęż proporcją mają, są niezawodnie między sobą równe.

14. Gdy Geometrowie inowią; że linia iedna multiplikuje się przez drugą, rozumieć chcą, iż z obydwóch tych linii robi się czworgraniec prostokątny, ktorego dwie dane linie są dwiema przyległemi bokami. Tak linia LM multiplikuje się przez linią LI, gdyż z obydwóch linii robi się czworgraniec prostokątny IKLM. (Fig. 1. Tab. 3.)

15. Kiedy linia AB, lub ktorakolwiek inna przez siebie samą myltiplikuje się, albo przez linią sobie równą; np. jeżeli linia CD równą jest linii CE, y albo przez siebie samą, albo przez linią CE sobie równą multiplikowana będzie, z takowey multiplikacyi powstanie kwadrat, czyli czworgraniec doskonały EFCD, gdyż wszystkie iego boki będą równe. (Figura II. Tab. III.)

16. Te prosto-boczne iednego gatunku Figury, zowią się sobie podobne, które między sobą wzajemnie są równo-kątne, y proporcjonalne mają boki, równym węglom przyległe, (latera homologa) Takie będą troygrątce ABC, abc, jeżeli węgiel  $A = a$ ,  $B = b$ ,  $C = c$ , y jeżeli boki owym węglom przyległe, są proporcjonalne, to jest:

AB.

$AB, AC = ab, ac, BC, CA = bc, ca, CA, AB = ca, ab.$  (*Figura 3. y 4. Tab. III.*)

*Wniosek I.* Figury płaskie prosto-boczne jednego gatunku, wzajemnie między sobą równo-kątne y równo-boczne, są sobie wzajemnie podobne.

*Wniosek II.* Wszystkie regularne figury prosto-boczne jednego gatunku, są sobie wzajemnie podobne. Ponieważ bowiem figura regularna jest ta, w ktorej wszystkie węzły y wszystkie boki są sobie równe, idzie zatem, że wszystkie figury prosto-boczne regularne jednego gatunku, są względem siebie równo-kątne, (jako oczywista rzecz jest uważać u pilnie Propozycyą 14. Księgi II.) a gdy każda z nich jest równo-boczna, toć boki rownym węzłom przyległe, muszą być proporcjonalne.

*Wniosek III.* Dla teyże samey przyczyny, każdy bok figury prosto-boczney regularney; ma równy wzgląd do każdego boku inney ktoreykolwiek Figury prosto-boczney regularney, która jest tegoż gatunku.

17. Takowe dwa łuki, dwa sektory, albo dwa Segmenta zowią się podobne, które do całego, czyli obwodu, czyli do płacu koła swego równy wzgląd mają. *npz.* Sektory  $BAC, bac$  są sobie podobne, jeżeli Sektor  $BAC$  tak się ma do całego koła  $DBC$ , iak się ma Sektor  $bac$ , do całego koła  $dbc.$  (*Figura 5. Tab. III.*)

*Wniosek.* Ponieważ części podobne dwóch wielkości, tak się do siebie mają, iak się mają do siebie też wielkości całkiem wzięte, (*przez Definicją 7. Księgi IV.*) na tym fundamencie łuki podobne dwóch koł, tak się mieć będą względem siebie, iak się mają ich całe obwody. Sektory

tudzież podobne, iako też y segmenta podobne, tak się względem siebie mieć będą, iak się względem siebie mają całe ich koła.

18. Centrum regularney prosto-boczney Figury, iest punkt w polu teyże Figury leżący, od ktorego wszystkie linie prosto powiedzione do wszystkich teyże Figury węglow, są między sobą równe. Tak: ieżeli równe sobie będą linie proste  $aA$ ,  $aB$ ,  $aC$ ,  $aD$ ,  $aE$ ,  $aF$  powiedzione od punktu  $a$ , do wszystkich węglow sześćcio-kąta regularnego  $ACE$ , punkt  $a$ , będzie tegoż samego sześćcio-kąta centrem. (*Figura 6. Tab. III.*)

19. Promień regularney prosto-boczney Figury iest każda linia prosta, z centru iey do wierzchołku węgla powiedziona. Tak każda z tych linii prostych  $aB$ ,  $aC$ ,  $aD$ ,  $aE$  iest promieniem sześćcio-kąta regularnego  $ACE$ . (*Figura taż sama*.)

20. Wysokością każdej Figury, iest linia pionowa od iey wierzchołku na bazę spuszczone, iako linia pionowa  $AP$  iest wysokością troygrańca  $ABC$ . (*Figura 7. Tab. III.*)

21. Multyplikacyą wyrażamy tym znakiem  $X$ . tak  $2X3 = 6$ , znaczy, że dwa multiplykowane przez trzy, czynią sześć: A dywizyą wyrażamy przez Frakcyą, ktorey Numeratorem iest liczba do podzielenia dana, a Denominatorem liczba, która iest Dzielnikiem, to iest: przez którą mamy dzielić,  $\frac{6}{2} = 3$ , to iest: sześć podzielone przez dwa, czynią trzy.

### LEMMATA (c) FUNDAMENTALNE.

*Lemma I.* W każdej proporcji zmultiplykowanywszy konsekwens przez Exponensa, produkt wypadnie równy antecedensovi. Okaz-

[c] Co iest Lemma? Zobacz na pierwszy karcie.



*Okazanie.* Daymy, że proporcji  $a:b$  exponensem jest  $m$ , mówię, że  $b$  zmnożone przez  $m$  równe jest antecedensovi  $a$ . Gdyż  $m$  jest toż samo, co wieloraz antecedenśa  $a$  podzielonego przez konsekwens  $b$ . (*przez wniosek Def. 3. Księgi 4.*) W każdej zaś Dywizji kiedykolwiek wieloraz przez Dzielnika zmnożony będzie, liczba do podzielenia dana, w produkcie wypaść powinna, (jako powiedziało się o tym obszerniey w Arytmetyce) więc  $y$  w proporcji każdej mnożąc konsekwens przez  $m$  tak, jak wieloraz przez Dzielnika, wypaść powinien antecens zastępujący miejsce liczby do podzielenia daney, a zatem musi być  $b \times m = a$ , jeżeli  $a:b = m$ . Co było do okazania.

*Lemma II.* Kiedykolwiek są cztery terminy Geometrycznie proporcjonalne; Produkt z terminow kraynych, powinien być równy produktowi z terminow śródkowych.

*Okazanie.* Daymy, że  $a:b = c:d$  mówię: iż  $a \times d = b \times c$ . Gdyż na ten czas, jeżeli będzie  $a:b = m$ , musi także być  $c:d = m$ . (*przez Lemma I. Księgi IV.*) ale, że  $b \times m = a$ ;  $y \times d \times m = c$ . (*przez punkt 1. Przypisku Defini: 13. Księgi 4.*) Więc także  $b \times m \times d = a \times d$ ,  $y \times d \times m \times b = c \times b$  a zatem  $a \times d = c \times b$ . (*przez axioma 2.*) Co było do okazania.

*Wniosek.* Kiedy zaś są trzy terminy w ciągłej proporcji Geometryczney (*in proportione continua Geometrica*) na ten czas produkt z terminow kraynych równy kwadratowi terminu śródkowego, to jest: jeżeli  $a:b = b:d$  musi być  $a \times d = b \times b$ ; gdyż proporcja dopiero położona  $a:b = b:d$  nie różni się od proporcji  $a:b = b:d$ .

PRZY-

PRZYPISEK. Kwadrat w literach Geometrowie  
częstokroć wyrażają tym sposobem  $6^2$  (d)

*Lemma III.* Jeżeli produkt dwóch terminów  
krajnych, równy jest produktowi dwóch termi-  
nów środkowych, tedy takowe cztery terminy,  
będą geometrycznie proporcjonalne.

*Okazanie.* Daymy, że produkt  $aXd$ . z dwóch  
ostatnich terminów  $a$ ,  $d$ , równy jest produktowi  
 $bXc$  z dwóch środkowych terminów  $b$ ,  $c$ , mo-  
wią: że jest:  $a.b = c.d$ . Gdyż daymy powtore: że

$\frac{a}{b} = m$ ,  $\frac{c}{d} = n$ . A zatym, iż  $bXm = a$ , iako też

$dXn = c$ . (przez *Lemma I. Księgi IV.*) Będzie  
więc  $bXmXd = aXd$ . tudzież  $dXnXb = cXb$ .  
(przez punkt 1. Przypisku do *Defin: 13. Księgi IV.*)  
Z założenia zaś jest  $aXd = bXc$ . więc także  $bXm$   
 $Xd = dXnXb$ . (przez *Axioma I.*) a dywidując  
te dwa równe sobie produkta przez  $bXd$ , będzie  
wieloraz  $m = n$ . (przez początki *Arytmetyki*) Ale

wieloraz  $m$  jest *exponensem* proporcji  $\frac{a}{b}$  wielo-  
raz zaś  $n$  jest *exponensem* proporcji  $\frac{c}{d}$  (przez

*Wniosek Defin: 3. Księgi IV.*) więc będzie  $a.b =$   
 $c.d$ . (przez *Wniosek Definicji 5. Księgi IV.*)

*Wniosek* Jeżeli, położywszy trzy terminy, pro-  
dukt z dwóch krajnych terminów wyrowna kwa-  
dratowi terminu środkowego, tedy te trzy ter-  
miny będą geometrycznie proporcjonalne, to jest:  
jeżeli  $aXd = bXb$ . na ten czas będzie w propor-  
cji ciągłej  $a.b.d$ . Bo jeżeli,  $aXd = bXb$ . bę-  
dzie oraz  $a.b = b.d$ , iakośmy dopiero okazali.

*Lemma*

[d] Czytaj w *Arytmetyce* o kwadratach na karcie 101.

*Lemma IV.* Kiedykolwiek dwa nierowne terminy, moltiplikuią się przez iedenże trzeci termin, produkta tak się mieć będą do siebie, iak się względem siebie mają same terminy moltiplikowane.

*Okazanie.* Daymy: że dwa nierowne terminy a.b. moltiplikuią się przez iedenże termin d, mowię: że  $aXd. bXd \sqsubset a.b.$  Ponieważ bowiem produkt terminow kraynych rowna się produktowi terminow śródkowych, to iest: że  $aXdXb \sqsubset bXdXa.$  bydź zatym musi, że  $aXd.bXd \sqsubset a.b.$  (przez *Lemma 3. Księgi 4.* Co było do okazania.

*Wniosek I.* Gdy wszystkie cztery terminy proporcjonalne, przez iedenże moltiplikuią się, produkta z ich będą między sobą proporcjonalne. Tak ieżeli będzie  $a.b \sqsubset c.d.$  będzie także  $aXm. bXm. \sqsubset cXm. dXm.$  Ponieważ bowiem  $aXm.bXm \sqsubset a.b.$  tudzież  $cXm. dXm. \sqsubset c.d.$  (przez *Lemma 4.*) a z założenia  $a.b. \sqsubset c.d.$  więc bydź także musi  $aXm. bXm. cXm. dXm.$  (przez *Axioma 2.*)

*Wniosek II.* Gdy pierwszy y drugi termin z czterech terminow geometrycznie proporcjonalnych, moltiplikowane będą przez iedenże iaki termin, produkta tak się mieć będą do siebie, iak się ma termin trzeci do czwartego, to iest: ieżeli będzie  $a.b. \sqsubset c.d.$  będzie także  $aXm. bXm. \sqsubset c.d.$  Bo, że  $aXm. bXm \sqsubset a.b.$  (przez *Lemma IV.*) Z założenia zaś  $a.b. \sqsubset c.d.$  idzie zatym, że  $aXm. bXm \sqsubset c.d.$  (przez *Axioma 2.*)

*Wniosek III.* Z czterech terminow geometrycznie proporcjonalnych, pierwszy y drugi termin moltiplikuiąc przez ieden iaki trzeci, a przez inny moltiplikuiąc trzeci y czwarty, produkta będą proporcjonalne. np. niech będzie  $a.b \sqsubset c.d.$  moltipli-  
kuiąc

Łącząc dwa pierwsze terminy  $a.b.$  przez  $m$ , drugie zaś dwa terminy  $c.d.$  przez  $n$ , będzie  $aXm.bXm = cXn.dXn$ . Gdyż  $aXm.bXm = a.b.$ , tudzież  $cXn.dXn = c.d.$  (przez *Lemma IV. Księgi IV.*) więc ponieważ z założenia  $a.b. = c.d.$  musi być oraz  $aXm.bXm = cXn.dXn$ . (przez *axioma 2.*)

**PRZYPISEK.** Cokolwiek okazaliśmy w tym *Lemmacie* y tego *Wniosku* o proporcji produktów z moltiplicacji wynikających, to wszakżko prawdzi się y o wielkościach z *Dywnizji* tychże terminow proporcjonalnych wypadających.

*Lemma V.* Kiedykolwiek będą cztery terminy proporcjonalne, te y wspak obrocone (*invertendo*) proporcjonalne będą.

*Okazanie.* Niech będzie  $A.a = B.b.$  mówię, że wspak obrociwszy, będzie także  $a.A = b.B.$  Albowiem podług założenia jest  $A X b = a X B.$  (przez *Lemma II.*) lecz  $A X b.$  jest produkt terminow środkowych  $A.b.$  zaś  $a X B$  jest produkt terminow krajnych  $a.B.$  zaczym musi być niezawodnie  $a.A = b.B.$  (przez *Lemma III.*)

*Wniośk.* W każdej więc proporcjonalności Geometryczney, terminy następujące (*consequentes*) są równo-względne. (*homologi*) przez *Definiacyę II. Księgi IV.*

*Lemma VI.* Gdy cztery terminy są geometrycznie proporcjonalne, te na przemian wzięte, (*alternando*) będą także proporcjonalne.

*Okazanie.* Dajmy, że  $A.a = B.b.$  mówię: że biorąc naprzemian, będzie  $A.B = a.b.$  Ponieważ bowiem podług założenia  $A X b = a X B.$  (przez *Lemma 2. Księgi IV.*) oczywista więc rzecz jest, że  $A.B = a.b.$  (przez *Lemma 3. Księgi IV.*)

*Wnio-*



*Wniosek.* Części podobne dwóch rzeczy tak się mają do siebie, iak się do siebie mają też same rzeczy, y na odwrot: całe rzeczy tak się mają względem siebie, iak dwie ktorekolwiek części ich podobne. Tak, jeżeli dwóch rzeczy A, B. są części podobne a, b, mówię: że  $a.b \equiv A.B$ . Bo, kiedy podług założenia jest  $a.A \equiv b.B$ . (przez Definię 7. Księgi IV.) będzie także  $a.b \equiv A.B$ . (przez Lemma 6. Księgi IV.)

*Lemma VII.* Gdy cztery terminy będą proporcjonalne, też złożone, (*compositi*) będą także proporecyonalne.

*Okazanie.* Niech będzie  $A.a \equiv B.b$ , mówię: iż składając, (*componendo*) będzie także  $A \div a.a \equiv B \div b.b$ . Ponieważ bowiem podług założenia musi być  $A \times b \equiv a \times B$ . (przez Lemma 2. Księgi IV.) Będzie zatem  $A \times b \div a \times b \equiv a \times B \div a \times b$ . (przez Axioma 3.) Lecz  $A \times b \div a \times b$  jest produkt terminow kraynych  $A \div a, b$ , tudzież  $a \times B \div a \times b$  jest produkt terminow śródzkowych  $a, B \div b$ . Węc  $A \div a.a \equiv B \div b.b$ . (przez Lemma 3. Księgi IV.)

*Lemma VIII.* Gdy cztery terminy są proporcjonalne  $A.a \equiv B.b$ . te odciągając, (*dividendo*) będą proporcjonalne, to jest: będzie  $A - a.a \equiv B - b.b$ .

*Okazanie.* Na ten czas bowiem być musi  $A \times b \equiv a \times B$ . a zatem  $A \times b - a \times b \equiv a \times B - a \times b$ . (przez axioma 4.) Lecz  $A \times b - a \times b$  jest produkt terminow kraynych  $A - a, b$ ; a zaś  $a \times B - a \times b$  jest produkt terminow śródzkowych  $a, B - b$ ; węc będzie  $A - a.a \equiv B - b.b$ . (przez Lemma 3. Księgi 4.)

*Lemma IX.* Jlekolwiek będzie terminow proporcjonalnych, summa wżyltkich Antecedentow, tak

tak się mieć będzie do summy wszystkich konsekwentów, iak się ma ieden którykolwiek antecedens do swego konsekwenta.

*Okazanie.* Dajmy, że jest  $A. a = B. b = D. d.$  mówię: że  $A \div B = D. a \div b = d = A. a.$  Jeżeli bowiem  $A. a = B. b = D. d.$  Położywszy więc, że  $\frac{A}{a} = m.$  będzie, także  $\frac{B}{b} = m. \frac{D}{d} = m.$  (przez wniosek Definicji 5. Księgi IV.) A zatym  $a \times m = A;$   $b \times m = B;$   $d \times m = D.$  (przez Lemma 1. Księgi 4.) Zkąd  $a \times m \div b \times m \div d \times m = A \div B \div D.$  (przez Axioma 3.) Lecz  $a \times m \div b \times m \div d \times m$  dywidując przez  $a \div b \div d$ , będzie wieloraz  $m.$  (z początków Arytmetyki) więc będzie  $\frac{A \div B \div D}{a \div b \div d} = m.$  A zatym  $A \div B \div D. a \div b \div d = A. a.$  (przez Przypisek do Definicji 13. Księgi IV.)

**PRZYPISEK I.** Produkt wynikający z masyfikacji pierwszego terminu przez trzeci, do produktu wynikającego z masyfikacji terminu drugiego przez czwarty, ma się w proporcji składowej (in ratione composita) z proporcji pierwszego terminu do drugiego, y z proporcji terminu trzeciego do czwartego. Produkt zaś wynikający z masyfikacji pierwszego terminu przez drugi, ma się do produktu wypadającego z masyfikacji terminu trzeciego przez czwarty, w proporcji składowej pierwszego terminu do trzeciego, y terminu drugiego do czwartego. Oczywiście to pokaże się w liczbie.

**PRZYPISEK II.** Gdy są cztery terminy w proporcji ciągłej Geometrycznej, pierwszy z nich ma się do trzeciego w proporcji dwójstej, (in ratione duplicata) do czwartego zaś w proporcji trojstej,

tey

tey proporcji, którą tenże termin pierwszy ma do drugiego, to jest: jeżeli będzie  $\frac{a}{b} :: \frac{c}{d}$ . Rproporcyja

$\frac{a}{c}$  będzie dwoista, a proporcja  $\frac{a}{d}$  będzie troista proporcji.  $\frac{a}{b}$ .

*Lemma X.* Linie równo-ległe, które linią prostą z ukośną przez nie przechodzącą na równe części dzielą; w równy od siebie są odległości. Y na odwrot: linie równo ległe, w równy od siebie będące odległości, linią prostą z ukośną na nie padającą, na równe części dzielą. Jeżeli zaś na dwie linie równo-ległe padną, tedy y te na równe części podzielone zostają. (*Fig. 8. Tab. 2.*)

*Okazanie Części I.* Daymy, że linia prosta AC z ukośną padającą na linie równo-ległe MN, PQ, RS, podzielona jest na równe części AB, CB, mówię: że linie MN, PQ, RS, w równy od siebie są odległości, to jest: że linie pionowe między niemi poławione AE, BL, równe są. Ponieważ albowiem węgły BCL y ABE są sobie równe. (*przez Prop. V. Księgi I.*) Tudzież węgły BLC, y AEB, równe są także między sobą, gdyż obydwa są proste. (*przez Definicję 11. Księgi I.*) Zaczynam więc także: CBL równy być musi węglowi BAE. (*przez Wniosek V. Propozycji I. Księgi II.*) Lecz podług założenia bok BC trójkąta BLC, równy jest bokowi AB trójkąta ABE, więc także y boki BL, AE równe być muszą. (*przez Wniosek II. Prop. V. Księgi II.*) A zatem równo-ległe linie MN, PQ, RS, w równy od siebie odległości. (*przez Wniosek Definicji 12. Księgi I.*) Co było do okazania.

Okaza-

*Okazanie Części II.* Daymy na odwrot: że linie pionowe AE, BL, między liniami równo-ległemi MN, PQ, RS, zостаia, mówię: że części AB, BC są sobie równe. Już bowiem okazałem, że w troygrańcach LBC, EAB, węgly CBL, BAE, tudzież węgly BLC, AEB są sobie równe, którym, że podług założenia boki przyległe BL, AE są równe między sobą, więc także y bok BC musi być równy bokowi AB. (*przez Wniosek 2. Propozycji V. Księgi II.*) Co było do okazania.

*Okazanie Części III.* Na linie równo-ległe MN, PQ, RS, w iedney od siebie będące odległości, niechay padną inne linie proste równo-ległe AC, HF, mówię: że wszystkie ich części AB, BC, HD, DF, są między sobą równe: ponieważ bowiem podług założenia czworoka HDBA, BDFC są równo-legło-boczne; bok zatym AB równy jest bokowi HD, iako y bok BC, równy bokowi DF. (*przez Prop. X. Księgi II.*) Ale także  $AB = BC$ , y  $HD = DF$ , więc wszystkie boki AB, BC, HD, DF być muszą równe między sobą. (*przez Okazanie Części II.*) Co było do okazania.

### PROPOZYCYA I.

*W troygrańcu prosto-bocznym (in triangulo rectilineo) powiodłszy linią prostą, względem bazy równo-ległą, przecinaiając obydwia boki troygrańca, ta linia tak powiedziona. 1. Boki troygrańca proporcjonalnie przecinać będzie. 2. Części iednego boku, tak się mieć będą do siebie, iak części boku drugiego. 3. Obydwia boki równy do swych części, względ mieć będą. 4. Części bokow tak się mieć będą do siebie, iak się do siebie mają same boki:*

5. Baza



5. Baza mieć się będzie do linii przecinaiącey, iak bok do części. 6. Jak się ma bok cały do bazy, tak część tegoż boku mieć się będzie do linii przecinaiącey. (Figura 9. Tabella 3.)

Okazanie. Mowię nayprzod. że linia prosta GH równo legła względem bazy BC, proporcjonalnie przecina boki AB, AC, to iest, że  $AB. GB = AH. HC$ . Daymy bowiem, że bok AB podzielony iest na pięć części równych Aa, ac, cG, Ge, eB, z których trzy części są na linii AG, a dwie na linii GB. Z punktów zaś a, c, e, powiodłszy do boku AC linie proste ab, cd, ef, równo-ległe względem linii GH, BC, a tym samym y względem siebie (przez Prop. 6. Księgi I.) te wszystkie mieć będą równe odległości, (przez Część I. Lemm: X. Księgi IV.) więc bok AC podzielony także będzie na pięć równych części Ab, bd, dH, Hf, fC, (przez Część II. Lemm: X. Księgi IV.) tym sposobem, że trzy części będą na linii AH, dwie zaś na linii HC. Będzie zatym  $AG. GB = AH. HC$ . (przez Definię 5. Księgi IV.) Co było do okazania.

Mowię 2. Ze  $GB. HC = AG. AH$ . ponieważ bowiem iest  $AG. GB = AH. HC$ . (przez Okazanie Części I.) Będzie zatym na przemian kładąc (alternando)  $GB. HB = AG. AH$ . (przez Lemma VI. Księgi IV.) Co było do okazania.

Mowię 3. Ze  $AB. AG = AC. AH$ . tudzież, że  $AB. GB = AC. HC$ . Gdyż iest  $AG. GB = AH. HC$ . (przez Okazanie Części I.) więc na wspak obracając, (invertendo) będzie  $GB. AG = HC. AH$ . (przez Lemma 5. Księgi IV.) składając zaś (componendo) iest  $AB. AG = AC. AH$ . (przez Lemma VII. Księgi IV.) Y podobnież ponieważ iest  $AG. GB$ .

$GB = AH. HC.$  (*przez Część I.*) Składając, byź musi  $AB. GB = AC. HC.$  (*przez Lemma 7. Księgi IV.*) Co było do okazania.

Mówię 4. Ze części bokow troygrańcow tak się mają do siebie, iak same boki, to jest: że  $AG. AH = AB. AC.$  tudzież  $GB. HC = AB. AC.$  Bo ponieważ jest  $AB. AG = AC. AH.$  y  $AB. GB = AC. HB.$  (*przez Część III.*) Zatem będzie także na wspak obracając (*invertendo*)  $AG. AB = AH. AC.$  y  $GB. AB = HC. AC.$  (*przez Lemma 5. Księgi IV.*) Zkąd na przemian kładąc, (*alternando*) byź musi  $AG. AH = AB. AC.$  tudzież  $GB. HC = AB. AC.$  (*przez Lemma 6. Księgi 4.*) Co było do okazania.

Mówię 5. (*Fig. 10. Tab. 3.*) Ze baza  $BC$  tak się ma do linii przecinaiącey boki  $GH$ , iak się ma bok  $AB$  do części swey  $AG$ . Gdyż podzieliwszy bok  $AB$  na pięć równych części, iako wyżej, y powiodłszy linie proste  $ab, cd, Gg, ef,$  równo-ległe względem boku  $AC$ , zostanie podzielona baza  $BC$  na pięć równych części, z których trzy  $Gm, mn, nH$ , będą na linii przecinaiącey  $GH$ . (*przez Część 3. Lemm: 10. Księgi IV.*) Więc tak się mieć musi bok  $AB$  do części swey  $AG$ , iak się ma baza  $BC$  do linii przecinaiącey  $GH$ , to jest: iak się ma 5. do 3. Co było do okazania.

Mówię 6. Ze część  $AG$  boku  $AB$  tak się ma do linii przecinaiącey  $GH$ , iak się ma cały bok  $AB$  do bazy  $BC$ . Gdyż pokazaliśmy dopiero, że jest  $AB. AG = BC. GH.$  Więc kładąc na przemian, (*alternando*) będzie  $AG. GH = AB. BC.$  (*przez Lemma VI. Księgi IV.*) Co było do okazania.

Wniosek I. W troygrańcu prosto-bocznym linia prosta od wierzchołku na bazę spuszczone w równy

wney proporecyi przecina bazę . y linią prostą względem bazy równo ległą. Tak w troygrańcu BAC (*Figura II. Tab. 3.*) linia prosta AM powiedziona o-1 wierzchołku troygrańca A do bazy BC tak przecina bazę y linią względem bazy równoległą DE, iż jest  $BM. MC = DN. NE$ . Ponieważ bowiem jest  $BM. DN = AM. AN$ . (*przez Część 6. tej Prop.*) iako też  $MC. EN = AM. AN$ . (*przez tę samą Część*) zatem będzie także  $BM. DN = CM. EN$ . (*przez Axioma 2.*) a na przemian kładąc, byż musi  $BM. CM = DN. NE$ . (*przez Lemma VI. Księgi IV.*)

*Wniosek II.* W każdym troygrańcu prosto-bocznym linia prosta względem bazy równo-legła, przez boki troygrańca powiedziona, odcina troygraniec proporecyonalny y podobny całemu troygrańcowi. To jest: w troygrańcu BAM. (*Fig. taż sama*) powiodłszy linią prostą DN równo-ległą względem bazy BM, troygraniec DNA będzie podobny całemu troygrańcowi BMA. Dwa albowiem te troygrańce są względem siebie wzajemnie równo-kątne. Gdyż węgiel ADN, równa się węglowi ABM, y węgiel AND węglowi AMB, (*przez Prop. 3. Księgi I.*) węgiel zaś BAM jest wspólny obydwom troygrańcom, a do tego boki przyległe równym węglom są proporecyonalne. Ponieważ jest  $AD. DN = AB. BM$ , tudzież  $DN. NA = BM. MA$ . (*przez Część VI. tej Prop.*) y  $AD. AN = AB. AM$ . (*przez Część IV. tej Prop.*)

## RROPOZYCYA II.

*Troygrańce wzajemnie względem siebie równo-kątne są sobie podobne.* (*Fig. 3. y 4. Tab. III.*)

G2

Okaza-

*Okazanie.* Daymy, że węgiel A troygrańca BAC rowny jest węglowi a troygrańca bac, węgiel B węglowi b, y węgiel C rowny węglowi c, mówię: iż troygrańce BAC, bac, są sobie podobne. Ponieważ albowiem węgły BAC y bac są sobie równe, zupełnie schodzić się z sobą y zakrywać powinny. (*przez axioma 8.*) A zatym położywszy troygraniec bac na troygrańcu BAC, gdy węgły a, A, zeydą się z sobą, y gdy się zupełnie zakryją, b, a b c równo-ległe paść musi względem bazy BC, (*przez Wnioś. 1. Prop. 5. Księgi I.*) ponieważ węgły abc, ABC podług założenia są sobie równe. Więc troygrańce ABC, abc muszą być sobie podobne. (*przez Wniosek 2. Prop. 1. Księgi IV.*)

*Wniosek I.* Ponieważ w troygrańcach sobie podobnych ABC, abc (*Fig. taż sama*) boki AB, ab, BC, bc, CA, ca, są względno-równe, (*latera homologa,*) (*czytaj Definicją 1x. y 16. Księgi IV.*) tudzież, że węgły A, a, B, b, C, c, są sobie równe, oczywista rzecz jest: że w troygrańcach sobie podobnych te boki są względno-równe, które równym węglom są przeciw-ległe, y na odwrot: że te węgły są sobie równe, które naprzeciw względno równych bokow leżą.

*Wniosek II.* Gdy dwie Figury płaskie prosto-boczne są sobie podobne, tedy boki w nich względno-równe, też samę, czyli równą mają proporcją. np. Są dwie Figury prosto-boczne sobie podobne ABC, abc. (*Figura taż sama*) których względno-równe boki są AB, ab, BC, bc, CA, ca, mówię: iż jest  $AB.ab = BC.bc = CA.ca$ . Bo, że podług założenia jest  $AB.BC = ab.bc$ , tudzież  $BC.CA = bc.ca$ , y  $CA.AB = ca.ab$ . (*przez Defini: 16.*)

*Księgi*



*Księgi IV.*) będzie także więc  $AB. ab = BC. bc$ ;  $BC. bc = CA. ca$ ;  $CA. ca = AB. ab$ . (przez *Lemma VI. Księgi IV.*) a zatem  $AB. ab = BC. bc = CA. ca$ . (przez *Axioma II.*)

*Wniosek III.* Gdy dwie Figury płaskie podobne są jakiej trzeciej, są także y między sobą wzajemnie podobne, jako oczywista rzecz jest z *Definicji 16. Księgi IV.* y z *Axiomu II.*

*PRZYPISEK.* Na fundamencie niniejszey *Propozycji*, Geometrowie łatwe sposoby mają zmierzania wysokości dostępney.

Sposób pierwszy. (*Figura 12. Tab. III.*) Jeżeli plac przy danej wysokości  $AB$  rowny, y stojąc na ow czas świeci, wetknij w ziemię pod pion kiy  $ab$ , zmierzysz wprzód wysokość jego. Potym zmierzysz cień, tak  $kiia$ , iako też danej wysokości, wleśiesz łatwo, że iak się ma cień  $kiia$  np.  $bc$  do cienia danej wysokości  $BC$ , tak się ma rzetelna wysokość  $kiia$   $ab$ , do rzetelney wysokości danego gmachu  $AB$ . Czego tak dowodzę: *troygrahce*  $bac$ ,  $BAC$  są sobie podobne poatug okazaney dopiero *Propozycji*, ztąd, iż węgły  $b$ ,  $B$  są proste, a zatem sobie równe, węgiel także  $c$ , rowny węglowi  $C$ , dla rowney pod tenże sam czas elewacyi słońca nad horyzontem, a zatem y węgiel  $a$  rowny byćż musi węglowi  $A$ .

Sposób drugi. (*Figura też sama*) Weź kiy  $MN$ , tak wysoki, aby pionowo wetknięty w ziemię, wierzchołek jego zrownał się z wysokością oka twego, potym oddal się od wysokości, którą mierzysz, tak daleko, ażebyś położysz się wznak na ziemi, przez tenże wierzchołek  $M$  w punkcie  $N$  pionowo wetkniętego, mógł zobaczyć danej wysokości

wierzchołek  $A$ , na ten czas bowiem będzie  $CB = BA$ . Zmierzywszy więc linią horyzontalną  $CE$ , będziesz miał miarę wysokości  $BA$ , czego tak dowodzę: węgiel  $C$  jest wspólny obydwom troygrańcom  $MNC$ ,  $ABC$ , węgły  $N$  y  $B$  są proste, a zatym sobie równe; ztąd węgiel także  $M$  rowny być musi węglowi  $A$ . Więc troygrańce  $MNC$ ,  $ABC$  są sobie podobne, zaczyn będzie  $NC$ .  $NM = BC$ .  $AB$ ; lecz  $NC$  rowny jest  $NM$ , (gdyż wysokość kłosa rowna jest, iakośmy powiedzieli wysokości oka) toć y bok  $BC$  musi także być rowny bokowi  $AB$ .

Sposób trzeci. (Fig. 13. Tab. 3.) Zmierzywszy wprzód odległość  $Dd$ , wetknij dwa kłose  $CD$  y  $cd$ , abyś przez tychże kłosów wierzchołki  $c$ ,  $C$  widział danej wysokości wierzchołek  $A$ . Ponieważ iako wyżej pokazaliśmy, troygrańce  $cFC$ ,  $cFA$  będą sobie podobne; będzie zatym  $FC$ , czyli  $Dd$ ,  $Ec = FC$ .  $EA$ . zmierzyszy więc  $FC$ , przewyższką wysokości kłosa  $DC$ , nad wysokość kłosa  $dc$ , y odległość  $FC$ , czyli  $BD$ , znaydziesz część wysokości  $AE$ , ktorey dodawszy  $cd$ , równe  $EB$ , będziesz miał wiadomą całą wysokość  $AB$ .

### PROPOZYCYA III.

Gdy linia prosta dwa troygrańca boki tak przecina, że części boków od wierzchołku wzięte, tak się mają wprost do siebie, (directe) iak się mają do siebie same boki, na ten czas owa linia przecinająca jest względem bazy równo-ległą. (Fig. 11. Tab. 3.)

Okazanie. Daymy, że linia prosta  $DE$  tak przecina boki  $AB$ ,  $AC$  troygrańca  $BAC$ , że jest  $AB$ .  $AC = AD$ .  $AE$ . mówię: że linia prosta  $DE$  jest równo ległą względem bazy  $BC$ . Gdyż jeżeli linia prosta  $DE$  nie jest równo-ległą względem bazy  $BC$ ,

BC, niechże inna iaka linia prosta, np. DX będzie równo-ległą do teyże bazy BC. Lecz linia prosta DX nie dzieli tak boku AC w punkcie X, ażeby mogło być  $AC. AX = AC. AE$ . (przez Defini: 6. y 8. Księgi IV.) Bo części AE, AX są nierowne, (przez axioma 1.) być zaś powinno  $AB. AD = AC. AE$ . (przez Lemma 6. Księgi IV.) a to dla tego, że podług założenia jest  $AB. AC = AD. AE$ . Nie może więc być  $AB. AD = AC. AX$ . Ale tak koniecznie bynnoby być, gdyby linia DX była równo-ległą względem bazy BC. (przez Część III. Propozycji 1. Księgi IV.) Więc linia DX nie jest do bazy BC równo-ległą, y przez podobny wywód okazaćby można, o innej ktoreykolwiek linii. A zatym linia tylko DE jest względem bazy BC równo-ległą. Co było do okazania.

*Wniosek I.* Gdy linia prosta tak przecina dwa Troygrańca boki, że części tychże boków od wierzchołku wzięte, tak się mają wprost (*directe*) do siebie, iak się mają do siebie same boki, na ten czas linia owa odcina troygraniec, podobny całemu troygrancowi. (przez Wniosek II. Propozycji 1. Księgi IV.)

*Wniosek II.* Ztąd idzie, że dwa takowe Troygrańce są sobie podobne, w których węgiel jednego troygrańca, równy jest węglowi troygrańca drugiego, a boki przy równych węglach proporcjonalne. Tak (*Figura 3. y 4. Tabella III.*) jeżeli węgiel A troygrańca BAC jest równy węglowi a troygrańca bac, y jeżeli bok AB tak się ma do boku AC, iak się ma bok ab do boku ac, tedy te dwa troygrańce są sobie podobne.

## PROPOZYCYA IV.

*W troygrańcach prosto-kątnych linia pionowa od węgła prostego na bazę spuszczone, czyni dwa troygrańce, y całym prosto-kątnym troygrańcom y sobie wzajemnie podobne. (Fig. 14. Tab. III.)*

*Okazanie.* W troygrańcu prosto-kątnym BAC od węgła prostego A, do bazy BC powiodłszy linią pionową AD, mowię nayprzod: że obydwa troygrańce ADB y ADC są podobne całemu troygrańcowi BAC. Gdyż węgiel ADB podług założenia jest prosty, a zatym rowny węglowi BAC, (przez Defn: 11. Księgi I.) także prostemu. Węgiel zaś ABC jest wspólny obydwom troygrańcom ADB y BAC, zaczym trzeci węgiel BAD troygrańca ADB musi być rowny trzeciemu węglowi ACB troygrańca BAC. (przez Wniosek V. Prop. I. Księgi II.) Dwa więc troygrańce ADB y BAC są między sobą wzajemnie równo-kątne, a zatym sobie podobne. (przez Prop. 2. Księgi 4.) Tymże sposobem okazać można, że troygraniec ADC jest podobny troygrańcowi BAC. Mowię powtore: że troygrańce ADB, ADC są między sobą także podobne. Ponieważ albowiem obydwa troygrańce ADB, ADC są podobne troygrańcowi BAC, iakośmy dopiero okazali, zaczym y sobie także wzajemnie podobne być muszą. (przez Wniosek III. Prop. II. Księgi IV.) Co było do okazania.

*Wniosek I. (Fig. 14. Tab. III.)* Linia pionowa AD jest średnią proporcjonalną między częściami BD, DC bazy BC, to jest:  $BD : DA :: DA : DC$ . Ponieważ bowiem węgły BDA, ADC troygrańców podobnych BDA, ADC są proste, a zatym sobie równe, (przez Definicję 11. Księgi I.) więc boki

tymże



tymże węglom przyległe, będą proporcjonalne, to jest: będzie  $\hat{=}$  BD, DA, DC. (przez Definię 16. Księgi IV.)

*Wniosek II.* Ktorakolwiek linia prosta w pułkole prosto-kątne na dyametrze stojąca, (Figura 14. Tab. III.) jest średnią proporcjonalną między częściami tegoż dyametru. Tak linia pionowa AD w pułkole BAC jest średnią proporcjonalną między częściami dyametru BD, DC. Poprowadzimy albowiem linie proste AB, AC, węgiel BAC w pułkole jest prosty. (przez Wniosek IV. Propozycyi XI. Księgi III.)

*Wniosek III.* (Fig. też sama) Bok AC w troygrańcu prosto-kątym BAC, jest linią średnią proporcjonalną między całą bazą BC, y częścią teyże bazy DC. Tudzież bok AB jest linią średnią proporcjonalną między całą bazą BC, y częścią iej BD. Gdyż troygrańce BAC, ADC, tudzież troygrańce BAC, BDA, są sobie podobne z okazania teraźniejszey Propozycyi; a do tego węgiel BCA jest wspólny obydwom troygrańcom BAC, ADC, węgiel zaś ABC jest wspólny troygrańcom BAC, BDA, z tey przyczyny boki przyległe równym węglom muszą być proporcjonalne; (przez Definię 16. Księgi IV.) to jest: być musi  $\hat{=}$  BC. CA. DC. iako też  $\hat{=}$  BC. BA. BD.

*Wniosek IV.* Czworogranię doskonały zrobiony na linii pionowej AD, jest równy czworograniowi podługowatemu prosto-kątnemu, zrobionemu z dwóch części bazy BD y DC. (przez Wniosek I. Lemma II. Księgi 4.) Gdyż linia pionowa AD jest średnią proporcjonalną między temi częściami bazy BD y DC. (przez Wniosek I. tey Prop.)

*Wniosek*

*Wniosek V. ( Fig. taż sama )* Dla teyże samey przyczyny czworgraniec doskonały z boku AC zrobiony, iest rowny czworgrańcowi prosto-kątne-mu z bazy BC, y z iey części CD zrobionemu. Tudzież czworgraniec doskonały z boku BA zrobiony, iest rowny czworgrańcowi prosto-kątne-mu z bazy BC z iey części BD zrobionemu.

### PROPOZYCYA V.

*W każdym troygrańcu prosto-kątnym czworgraniec doskonały na bazie, czyli hipotenuzie BC zrobiony, rowna się dwom czworgrańcom doskonałym, na bokach BA, AC zrobionym. ( Fig. 15. Tab. 3. )*

*Okazanie.* Z każdego boku troygrańca prosto-kątnego CAB poczyniwszy czworgrańce doskonałe CI, AF, BM, mówię: że czworgraniec BM wystawiony na hipotenuzie CB, rowny iest czworgrańcom CI, AF wystawionym na bokach CA, AB. Pociągnąwszy bokiemi liniją pionową AD, do punktu E, czworgraniec doskonały BM zostanie podzielony na dwa prosto-kątne podługowate czworgrańce BE, DM. Ale prosto-kątny czworgraniec BE zrobiony iest z bazy BC = BN, y z części iey BD. Więc rowny iest czworgrańcowi doskonałemu z boku AB zrobionemu. (przez *Wniosek V. Prop. IV. Księgi IV.*) Y na tymże samym fundamencie czworgraniec prosto-kątny DM zrobiony z bazy BC = CM, y z części iey CD, rowny iest czworgrańcowi doskonałemu z boku AC zrobionemu; zaczym cały czworgraniec doskonały BM wystawiony z hipotenuzy BC, musi być rowny dwom razem wziętym doskonałym czworgrańcom CI + AF z bokow BA y AC zrobionym. (przez *Axioma III.*) Co było do okazania.

*Wniosek I. (Fig. 16. Tab. III.)* Czworgraniec doskonały z linii poprzeczney (*ex diagonal*) BD, czworgrańca doskonałego ABCD zrobiony, jest dwa razy większy od czworgrańca z ktoregokolwiek boku *naprz.* z boku AB zrobionego. Gdyż czworgraniec doskonały z linii poprzeczney BD, rowny jest dwom razem czworgrańcom doskonałym z bokow BA y AD zrobionym, (*przez Prop. terażniejszą*) bo węgiel BAD jest prosty, lecz te czworgrańce z bokow rownych BA y AD zrobione, są sobie równe. (*przez Punkt I. Przypisku Defn: 13. Księgi IV.*) Więc od każdego z nich poiedynczo czworgraniec doskonały z linii poprzeczney BD zrobiony, musi bydź dwa razy większy.

*Wniosek II.* W każdym troygrańcu prosto-kątnym, kiedy weźmiemy bok jeden zamiast promienia y odrysujemy koło, w ten czas bok drugi przyiegły węglowi zostającemu w centrze koła, staie się linią przecinającą, (*secans*) bok zaś trzeci przeciw-legły temuż węglowi w centrze koła będącemu, będzie linią tykającą koła, (*tangens*) tak w troygrańcu prosto-kątnym ABC (*Fig. 17. Tab. III.*) obrawszy za promień bok AB, y odrysowawszy koło: hipotenuza CA będzie linią przecinającą, bok zaś trzeci CB będzie linią tykającą koła, a zatym na ten czas tak się mieć będzie bok AB do boku BC, iak się ma promień do linii tykającej.

*Wniosek III.* Na fundamencie tey Propozycyi, gdy dwa boki troygrańca prosto-kątnego są wiadome, łatwo poznać można miarę boku trzeciego. Daymy *np.* że troygrańca ACB (*Fig. 15. Tab. 3.*) dwa boki węgiel prosty robiące, (które u Geometrow zowią się Katety) są nam wiadome, to jest:

jest: że bok AC jest stop 6, bok zaś AB stop 8, a nam potrzeba wiedzieć, ile stop zamyka w sobie hypotenuza CB to jest: bok przeciw legły prostemu węgłowi, multiplikując więc 6 przez 6, y 8 przez 8, wypadną nam kwadraty wiadomych boków, pierwszego 36, drugiego 64, których summa jest 100. Z t. y. zaś summy wyciągnawszy ścianę czworogranną (*radicem quadratam*) która jest 10, liczba ta wskazuje nam miarę hypotenuzy BC, że jest obaga na stop 10. Jaśnie to y niezawodnie wypływa z okazaney dopiero Propozycyi. Gdyż summa kwadratów CI, AE, równa się kwadratowi BM, a zatem ściana czworogranna (*radix quadrata*) wyciągnięta z summy obydwóch tych kwadratów równa być powinna ścianie czworogranney kwadrata BM, to jest hypotenuzie, czyli bokowi BC. Daymy powtórę: że boki AC, BC są nam wiadome, bok zaś AB niewiadomy; to jest: że bok AC jest stop 6, bok zaś BC stop 10, a wiedzieć chcemy, ile stop w sobie zamyka bok AB? łatwo tego dojdziemy, gdy kwadrat boku AC = 36 odciągniemy od kwadratu hypotenuzy BC = 100. Pozostała bowiem liczba 64, będzie kwadrat boku AB, z którego wyciągnawszy ścianę czworogranną = 8, liczba ta wskazuje nam, ile stop zamyka w sobie bok AB dotąd nam niewiadomy, to jest: że ich mieści 8.

PRZYPISEK. *Wynalezienie tej tak śliczney dopiero okazaney Propozycyi, w całym Ziemomirnictwie nieskończenie użyteczney, (która jest Propozycją czterdziątą siódmą księgi pierwszej nauk Euklidesa Matematycznych) winniśmy sławnemu między dawnemi Filozofami, Pytagoresowi; o których Proklus, Witruwiusz y wielu innych Pisarzów świadczą,*



czą, że Muzom znakomitą ofiarę uczynił, na zawdzięczenie za wsparcie y pomoc ich, iak on miał w tak ślicznym wynalazku.

## PROPOZYCYA VI.

Wysokości troygrańców podobnych, których bazy są bokami ich względno równemi, tak się mają wprost (directe) do siebie, iak się mają do siebie ich bazy. (Figura 18. y 19. Tab. III.)

Okazanie. Niechay będą dwa troygrańce sobie podobne  $MNP$ ,  $mnp$ , których bazy  $MP$ ,  $mp$  są bokami ich względno równemi, wysokością zaś onychże są linie proste  $NX$ ,  $nx$ , mówię: że wysokości  $NX$ ,  $nx$  tak się mają wprost do siebie, iak się do siebie mają bazy  $NP$ ,  $np$ . Ponieważ bowiem węgiel  $M$  podług założenia równy jest węglowi  $m$ , węzły także  $X$ ,  $x$ , iako proste, są sobie równe. (przez Def. II. Księgi I.) Ztym y węgiel trzeci  $MNX$ , troygrańca  $MNX$  musi być równy węglowi trzeciemu  $mnx$  troygrańca  $mnx$  (przez Wniosek V. Prop. I. Księgi II.) Przeto dwa troygrańce  $MNX$ ,  $mnx$ , będą wzajemnie wzajemnie sobie równo-kątne, a ztym sobie podobne, (przez Prop. II. Księgi II.) y boki ich będą względno-równe  $MN$ ,  $mn$ ,  $NX$ ,  $nx$ . (przez Wniosek I. Prop. II. Księgi II.) będzie więc  $NX$ ,  $nx = MN$ ,  $mn$ . (przez Wniosek II. Prop. II. Księgi II.) Lecz dla teyże samey przyczyny jest także  $MP$ ,  $mp = MN$ ,  $mn$ , więc musi być  $NX$ ,  $nx = MP$ ,  $mp$ . (przez Axioma II.) Co było do okazania.

## PROPOZYCYA VII.

Czworgrańce równo-legie-boczne mające równe Bazy,

Bazy y wysokości, są między sobą równe. (*Figura 20. y 21. Tab. III.*)

*Okazanie.* Jeżeli w czworogranicach równoległo-bocznych MN y RV, bazy FN, TV, tudzież wysokości PX, LQ są sobie równe, mówię: że całe te czworogranice równe sobie są. Gdyż czworograniec MN powstaie z moltiplikacyi bazy FN przez wysokość PX, czworograniec zaś RV powstaie z moltiplikacyi bazy TV, przez wysokość LQ. (*przez Defn. 14. Księgi IV.*) A zatym jeżeli baza bazie, y wysokość wysokości jest równa, tedy y same czworogranice równe sobie być muszą. (*przez Punkt 1. Przypisku Definicji 13. Księgi IV.*) Co było do okazania.

*Wniosek I.* Jlekróć czworograniec z troygranicem mają równe bazy y wysokości, tylekróć czworograniec jest dwa razy większy od troygranca. (*przez tę Prop. y Prop. XI. Księgi II.*)

*Wniosek II.* Troygrance tak się mają wprost do siebie, iak się do siebie mają czworogranice równoległo-boczne, mające równe z niemi bazy y wysokości. (*przez Wniosek Lemm: VI. Księgi IV.*)

*Wniosek III.* Zatym troygrance mające równe bazy y wysokości, są sobie równe. (*przez wniosek Definicji 8. Księgi IV.*)

### PROPOZYCYA VIII.

Czworgrance równoległo-boczne mające nierówne bazy, lecz równą wysokość, tak się mają do siebie, iak ich bazy. T na odwrót: te czworgrance, które mają równe bazy, lecz nierówną wysokość, tak się mają do siebie wprost, iak ich wysokości. (*Figura 22. y 23. Tab. III.*)

Okaza-

*Okazanie Części I.* Daymy: że czworgrańce równo-legle-boczne AC, FH, mają nierowne bazy BC, GH, lecz wysokości równe ED, KL, mówię: że czworgraniec AC tak się ma do czworgrańca FH, iak się ma baza BC do bazy GH. Gdyż położymy, że baza BC jest na stop 4. a baza GH na stop 6, wysokość zaś ED, czyli KL (gdyż obiedwie są równe wysokości) na stop 10, będzie czworgraniec  $AC = 4 \times 10 = 40$ , a czworgraniec  $FH = 6 \times 10 = 60$ . (przez Definic: 14. Księgi IV.) Rzecz zaś jest niezawodna: iż jest  $40. 60 = 4. 6$ . (przez Lemma 4. Księgi IV.) więc musi być niezawodnie  $AC, FH = BC, GH$ , to jest: iak 4. do 6. (przez Axioma II.) Co było do okazania.

*Okazanie Części II.* Tymże samym sposobem idzie, iak okazanie Części I, stosując do nierównych wysokości, to, cośmy mówili o nierównych bazach.

*Wniosek.* Troygrańce nierównych baz, lecz teyże samey wysokości, tak się mają do siebie, iak bazy. Y na odwrot: te troygrańce, które mają równe bazy, a nierówną wysokość, mają się do siebie w proporcyi swych wysokości. (przez wniosek II. Propozycyi VII. Księgi IV.)

### PROPOZYCYA IX.

Czworgrańce równo-legle-boczne, mające nierowne bazy y wysokości, są do siebie w proporcyi złożoney z proporcji baz, y z proporcji wysokości. (Figura 24. y 25. Tab. III.)

*Okazanie.* Daymy: że dwóch czworgrańców równo-ległych ebca, EBCA, tak bazy bc, BC, iako y wysokości ax, AX są nierowne, mówię:

że czworogrąńce  $ebca$  do czworogrąńca  $EBCA$  jest w proporcji złożoney z proporcji bazy  $bc$  do bazy  $BC$ , y z proporcji wysokości  $ax$  do wysokości  $AX$ . Gdyż położywszy bazę  $bc = 2$ , y bazę  $BC = 4$ , wysokość  $ax = 8$ , a wysokość  $AX = 16$ ; będzie czworgraniec  $ebca = 16$ , a czworgraniec  $EBCA = 64$ . (przez Defini: 14. Księgi IV.) Lecz 16 ma się do 64. w proporcji złożoney z proporcji 2 do 4, y z proporcji 8 do 16. (przez przyp. I. Lemmatu IX. Księgi IV.) to jest: w proporcji, ktorey exponentem jest 4, więc w teyże samey także proporcji muszą być względem siebie czworgrąńce  $ebca$ ,  $EBCA$ . Co było do okazania.

*Wniosek.* Troygrąńce nierównych baz y wysokości są do siebie w proporcji składaney z proporcji baz y wysokości. (przez Wniosek II. Propozycji VII. Księgi IV.)

### PROPOZYCYA X.

Gdy baza  $bc$  czworogrąńca równo-legle-bocznego  $ebca$  tak się ma do bazy  $BC$  czworogrąńca równo-legle-bocznego  $EBCA$ , iak się ma na odwrót (reciproce) wysokość  $AX$  do wysokości  $ax$ , na ten czas takowe dwa czworgrąńce równe sobie być powinny. (Figura 24. y 25. Tab. III.)

*Okazanie.* Ponieważ z założenia jest  $bc, BC = AX, ax$ , musi być  $bcXax = BCXAX$ . (przez Lemma II. Księgi IV.) Lecz czworgraniec  $ebca$  równy jest produktowi  $bcXax$ , a czworgraniec  $EBCA$  równy produktowi  $BCXAX$ . (przez Defini: 14. Księgi IV.) więc musi być także  $ebca = EBCA$ . (przez Axioma II.) Co było do okazania.

*Wniosek.* (Figura taż sama) Dwa także troygrąńce



grzańce  $bac$ ,  $BAC$  są sobie równe, jeżeli iak baza  $bc$  ma się do bazy  $BC$ , tak na odwrot (*reciprocę*) ma się wysokość  $AX$  do wysokości  $ax$ . (przez *Wniosek II. Propozycji VII. Księgi IV.*)

PROPOZYCYA XL.

W każdym czworogranu równo-legle-bocznym np. w czworogranu  $SF$ , czworogranie koła linii poprzeczney leżące (circa diametrum)  $CL$ ,  $OI$  są całemu czworogranowi  $SF$ , y sobie wzajemnie podobne. (*Figura 26. Tabella III.*)

Okazanie. Ponieważ węgły  $C$ ,  $S$ , y  $L$ ,  $F$ , są sobie równe, (przez *Prop. 3. Księgi I.*) tudzież węgiel  $E =$  węglowi  $I$  (przez *Prop. 3. Księgi I.*) y węgiel  $I = A$ . (przez *Propoz. 3. Księgi I.*) a zatym węgiel  $E = A$ , (przez *axioma 2.*) węgiel zaś  $B$  jest wspólny obydwom czworogranom  $SF$  y  $CL$ , więc obydwie te czworograny  $SF$  y  $CL$  są względem siebie wzajemnie równo-kątne, ale także boki przeciw-legle równym węglom są proporcjonalne, gdyż w troygranicach  $BCE$ ,  $BSA$ , bok  $CE$  jest równo-legły względem boku  $AS$ , (przez *Defini: 16. Księgi II.*) będzie zatym  $BC$ ,  $CE = BS$ ,  $SA$  (przez *Wniosek 2. Prop. 1. Księgi IV.*) y  $CE$ ,  $EB = SA$ ,  $AB$ . W troygranicach także  $ELB$ ,  $AFB$  linia  $EL$  jest równo-legła względem  $AF$ . (przez *Defini: 16. Księgi 2.*) zatym jest  $EB$ ,  $EL = AB$ ,  $AF$ . (przez *Wniosek 2. Prop. 1. Księgi IV.*) a naprzemian biorąc, będzie  $EB$ ,  $AB = EL$ ,  $AF$ . (przez *Lemma IV. Księgi IV.*) ale (iakośmy już pokazali,) jest  $CE$ ,  $EB = SA$ ,  $AB$ , y naprzemian biorąc, jest  $CE$ ,  $SA = EB$ ,  $AB$ . (przez *Lemma 4. Księgi 4.*) więc musi być  $CE$ ,  $SA = EL$ ,  $AF$ . (przez *Axioma 2.*) czyli

H CE,

CE, EL = SA, AF. (przez Lemma 6. Księgi IV.)  
 zaczym czworogrannic CL y SF są zupełnie sobie  
 podobne, (przez Defini: 16. Księgi IV.) a że przez  
 podobny wywód okazać można, że y czworgrannic  
 OL jest podobny temuż całemu troygrannicowi  
 SF, więc y czworgrannicowi CL podobny także  
 będzie. (przez Wniosek 3. Propoz: 11 Księgi IV.)  
 Co było do okazania.

### PROPOZYCYA XII.

Czworgrannice rowno-legle-boczne BD, FN sobie  
 podobne, y ieden wggiet A wspólny mające, leżą  
 koło iedneyże linii poprzeczney. (Fig. 27. Tab. 3.)

Okazanie. Powiodłszy linie proste AE, EC, jeżeli  
 temu kto przeczy, że linia AEC z nich złożona  
 jest dyametrem, czyli linią poprzeczną, wspólną  
 obydwom troygrannicom BD y FN, daymyż, że  
 czworgrannica BD dyametrem jest insza linia prosta  
 AGC przecinająca linią FE w punkcie G. Więc  
 powiodłszy linią GH rowno-ległą względem linii  
 AB, czworgrannice FH, BD leżeć będą koło wspól-  
 ney linii poprzeczney AGC, będą zatym sobie po-  
 podobne, (przez Prop. 11. Księgi IV.) więc będzie  
 AB, AD = FA, AF, (przez Definic: 16. Księgi IV.)  
 ale że także podług założenia, czworgrannice BD,  
 FN są sobie podobne, jest zatym BA, AD = FA,  
 AN. Zaczym będzie FA, AH = FA, AN. (przez  
 axioma 2.) Lecz to żadną miarą bydź nie może.  
 (przez Axioma 1. y 8. Definicji 6. y Księgi IV.)  
 Więc czworgrannice BD, FN koło iedneyże linii  
 poprzeczney leżeć muszą. Co było do okazania.



PROPO-

## PROPOZYCYA XIII.

Z centru dwóch wielokątów regularnych iednegoż gatunku, powiodłszy promienie do wszystkich z osobna ich węglów, te wielokąty podzielone zostaną na tyleż zarówno troygrańców sobie podobnych. (*Figura 28. y 29. Tab. III.*)

*Okazanie.* Dane są np. dwa sześciokąty regularne BDF, bdf, z ich centrow A, a powiodłszy promienie AB, AC, AD, AE, AF, AG, tudzież ab, ac, ad, ae, af, ag, widoczna rzecz jest, że sześciokąt DBF podzielony jest na tyleż troygrańców, co y sześciokąt dbf. (*przez Lemma Propozycyi 14. Księgi II.*) Lecz nadto te troygrańce są sobie wzajemnie podobne, tak troygraniec DAE jest podobny troygrańcowi dae, gdyż węgiel DAE równy jest węglowi dae, (*czytaj okazanie Propozycyi 14. Księgi III.*) jest zaś  $AD = AE$ , y  $ad = ae$ , (*przez Definię 18. Księgi IV.*) więc tak się ma bok AD do boku AE, iak się ma bok ad do boku ae. Zaczym dwa troygrańce DAE, dae są sobie podobne, (*przez Wniosek II. Propoz: III. Księgi IV.*) tymże sposobem okazać można podobieństwo innych troygrańców w tych dwóch wielokątach. Co było do okazania.

*Wniosek.* (*Fig. też sama*) Ponieważ promienie AD, ad są boki względno-równe troygrańców podobnych dae, DAE, (*przez Wniosek 1. Prop. 2. Księgi IV.*) y dla tego jest  $AD, ad = DE, de$ . (*przez Wniosek 2. Prop. 2. Księgi IV.*) Ztąd oczywiście pokazuje się, że promienie dwóch wielokątów regularnych iednegoż gatunku, tak się mają wprost do siebie, iak się mają do siebie dwa ktorekolwiek ich boki.

## PROPOZYCYA XIV.

Obwody dwóch figur prosto-bocznych sobie podobnych, tak się mają wprost do siebie, iak się do siebie mają dwa którekolwiek ich boki względno-rowne. (*Figura 3. y 4. Tab. III.*)

Okazanie. Daymy: że dwie Figury prosto-boczne ABC, abc są sobie podobne, y że boki ich są względno rowne AB, ab, BC, bc, CA, ca, mówię: że obwód ABC, tak się ma do obwodu abc, iak się ma nprz. bok BC do boku bc sobie względno-rownego. Ponieważ bowiem iest  $AB, ab = BC, bc = CA, ca$ , (*przez Wniosek 2. Propozycji 2. Księgi IV.*) będzie także więc  $AB + BC + CA, ab + bc + ca = BC, bc$ , (*przez Lemma 9. Księgi 4.*) Co było do okazania.

Wniosek. Obwody wielokątów regularnych iednegoż gatunku, tak się mają wprost do siebie, iak się do siebie mają dwa którekolwiek ich boki względno-rowne, a zatym iak się mają ich promienie. Tak obwód wielokąta regularnego BDE ma się do obwodu wielokąta regularnego bde, iak się ma bok DE do boku de. (*Figura 28. y 29. Tabella III.*) y na tymże fundamencie iak się ma promień AD do promienia ad. Te albowiem dwa wielokąty są sobie podobne, (*przez Wniosek II. Defini: 16. Księgi 4.*) y boki ich DE, de są względno-rowne, (*przez Defini: 11. Księgi 4.*) promienie zaś ich AD, ad tak się mają wprost do siebie, iak boki DE, de. (*przez Wniosek Prop. 13. Księgi IV.*)

## PROPOZYCYA XV.

Dwie którekolwiek Figury prosto-boczne są do siebie w proporcji dwójstej (*in ratione duplicata*)  
(czytaj



(czytaj Defn: 12. Księgi IV.) swych bokow względno-rownych. (Figura 18. y 19. Tabella III.)

Okazanie. Nayprzod okaże w troygrańcach sobie podobuy. h MNP, mnp, że troygraniec MNP ma się do troygrańca mnp w proporcyi dwoistej boku MP, do boku względno-rownego mp. Gdyż troygrańce MNP, mnp są do siebie w proporcyi złożoney z proporcyi baz MP, mp, y z proporcyi wysokości NX, nx. (przez Wniosek Propozycyi 9. Księgi IV.) Lecz proporcya baz MP, mp nie różni się od proporcyi wysokości NX, nx. (przez Prop. 6. Księgi IV.) Zaczym te troygrańce mają się do siebie w proporcyi złożoney z proporcyi baz MP, mp, (czyli bokow względno-rownych) raz przez siebie samą zmultiplikowaney. Ale takowa proporcya, jest proporcya dwoista baz, czyli bokow względno-rownych MP, mp. (przez Def. 12. Księgi IV.) Więc dwa troygrańce MNP, mnp, są w proporcyi dwoistej swych bokow względno-rownych MP, mp. Okazawszy iuż o troygrańcach, toż samo okaże o innych ktorychkolwiek Figurach, weźmy np. dwie Figury sobie podobne BDF, bdf, (Fig. 28. y 29. Tab. 3.) ktorych boki DE, de, są względno równe, okaże: że y te dwie Figury są do siebie w proporcyi dwoistej swych bokow względno-rownych. Podzieliwszy albowiem obiedwie Figury BDF, bdf, na tyleż zarowno troygrańcow sobie podobnych DAE, dae, EAF, eaf, &c. (przez Prop. 13. Księgi IV.) Ponieważ dwa ktorekolwiek podobne sobie troygrańce, są do siebie w proporcyi dwoistej swych bokow względno-rownych, (iakośmy dopiero wyżej okazali) będzie troygraniec DAE mieć się do

H<sub>3</sub> troy-

troygrańca  $d a e$  w proporcji dwoistej bokow  $D E, d e$ , tymże sposobem troygraniec  $E A F$  mieć się będzie do troygrańca  $e a f$  w proporcji dwoistej bokow  $E F, e f$ , toż rozumiey y o innych troygraniach, ale że względno-rownych bokow Figur podobnych, iednaż czyli taż sama iest proporcya. (przez *Wniosek 2. Prop. 2. Księgi IV.*) więc wszystkie z osobna troygrańce składające figurę  $B D F$ , mieć się będą do wszystkich z osobna podobnych sobie troygrańcow składających figurę  $b d f$  w proporcji dwoistej bokow  $D E, d e$ . A zatym cała Figura  $B D F$  ma się do całej Figury  $b d f$  w proporcji dwoistej boku  $D E$ , do boku względno rownego  $d e$ . (przez *Lemma IX. Księgi IV.*) Co było do okazania.

*Wniosek I.* Ztąd boki względno-rowne dwóch Figur sobie podobnych są w proporcji poddwoistej (*in ratione subduplicata*) tychże Figur. (przez *Definicję 13. Księgi IV.*)

*Wniosek II.* Dwa którekolwiek wierzchy płaskie prosto-boczne y regularne są do siebie w proporcji dwoistej swych bokow. Są bowiem sobie podobne, (przez *Wniosek 2. Defini: 16.*) y każdy bok iedney z takowych Figur iest podobny czyli względno-rowny każdemu bokowi Figury drugiej. (przez *Wniosek 3. Definicji 16. Księgi IV.*)

*Wniosek III.* Dwie Figury prosto-boczne sobie podobne, tak się mają do siebie, iak się mają do siebie kwadraty ich bokow względno-rownych, np. dwa troygrańce sobie podobne  $M N P, m n p$ , (Figura 18. y 19. *Tabella III.*) mają się do siebie, iak kwadraty bokow ich sobie podobnych, czyli względno-rownych (*laterum similitum, sive homo-*  
logo-

logorum) DE, de. Gdyż też same kwadraty są do siebie w proporcji dwójstej tychże boków DE, de. (przez Wniosek II. tej Propozycji)

*Wniosek IV.* Figury prosto-boczne y regularne iednegoż gatunku, są do siebie w proporcji dwójstej swych promieni, bo są sobie wzajemnie podobne, y proporcya ich promieni nie różni się od tej proporcji, którą dwa ktorekolwiek ich boki do siebie mają. (przez Wniosek 2. Defini: 16. Księgi IV.)

PROPOZYCYA XVI.

Obwody koł, tak się mają wprost do siebie, iak się mają do siebie ich promienie. (Figura 30. y 31. Tabella III.)

L E M M A.

Koło jest wielokąt porządnym niezliczoną liczbę boków mający.

*Okazanie Lemmatu.* Ponieważ bowiem wielokąt porządnym, tym podobniejszy jest do koła, im mniejsze są jego boki, a zatem im ich jest więcej, z tej przyczyny wielokąt taki, któryby miał boki niezmiernie małe, a co do liczby niezliczone, w niczym prawie od koła nie różniłyby się.

*Wniosek.* Ztąd wszystkie koła są wielokątami porządnymi iednegoż gatunku, a przeto wszystkie są sobie wzajemnie podobne. (przez Wniosek II. Definicji 16. Księgi IV.)

*To przetożycy.* tak okazuję założoną Propozycją: Niech będą dwa koła EBD, ebd, których promienie są linie AB, ab, mówię: że obwód koła EBD, tak się ma do obwodu koła ebd, iak się ma promień AB, do promienia ab. Gdy bowiem koła EBD, ebd są wielokątami porządnymi iednegoż

gatunku, iakośmy z Lemmatu poprzedzającego wnieśli, zatym obwody ich tak się mieć muszą do siebie, iak się mają ich promienie  $AB$ ,  $ab$ . (przez *Wniosek Prop. 14. Księgi IV.*) Co było do okazania.

*Wniosek I.* Obwody koł tak się mają wprost do siebie, iak ich Dyametry. Gdyż y Dyametry tak się mają do siebie, iak ich promienie. (przez *Wniosek II. Lemmatu VI. Księgi IV.*)

*Wniosek II.* Łuki podobne sobie dwóch koł tak się mają wprost do siebie, iak promienie tychże koł, bo Łuki podobne tak się mają względem siebie, iak się mają do siebie rade obwody. (przez *Wniosek Definicji 17. Księgi IV.*)

#### PROPOZYCYA XVII.

*Koła mają się do siebie w proporcji dwoistej swych promieni.* (Figura 30. y 31. Tab. III.)

*Okazanie.* Dwa ktorekolwiek koła  $EBD$ ,  $ebd$ , uważać możemy nakształt wielokątów regularnych iednegoż gatunku, (przez *wniosek Lemm: Prop. 16. Księgi IV.*) ale wielokąty regularne iednegoż gatunku mają się do siebie w proporcji dwoistej swych promieni, (przez *wniosek 4. Prop. 15. Księgi IV.*) toć y koła  $EBD$ ,  $ebd$  mieć się do siebie powinny w proporcji dwoistej swych promieni.

*Wniosek I.* Koła mają się do siebie w proporcji dwoistej swych Dyametrow, bo Dyametry koł, tak się mają do siebie, iak się do siebie mają promienie tychże koł. (przez *Wniosek II. Lemmatu VI. Księgi IV.*)

*Wniosek II.* Koła tak się mają do siebie, iak się mają kwadraty ich promieni, lub kwadraty ich Dyametrow. Gdyż też kwadraty są także do siebie

w pro-



w proporcyi dwoiſtey ſwoich bokow, (*przez Wnioſek II. Prop. 15. Księgi IV.*) ktoremi bokami ſą też promienie, lub Dyametry.

*Wnioſek III.* Tak pułkoła, iako y ſektory ſobie podobne, ſą względem ſiebie w proporcyi dwoiſtey promieni, a zatym ſą iako tychże promieni kwadraty. Pułkoła bowiem y ſektory podobne, tak ſię mają względem ſiebie, iak całe koła. (*przez Wnioſek Definicji 17. Księgi IV.*)

*Wnioſek IV.* Dyametry y promienie ſą do ſiebie w proporcyi poddwoiſtey (*subduplicata*) koł ſwoich. (*przez Definicję 12. Księgi IV.*)

### PROPOZYCYA XVIII.

Miedzy danemi dwiema liniami, linią ſrzednią proporcjonalną wynaleść, ktoraby ten wzgląd miała do drugiey, iaki wzgląd do niey ma pierwsza. (*Figura 39. Tabella III.*)

*Rozwiązanie.* Niechay będą dane dwie linie BD, DC dla znalezienia ſrzedniey, między niemi proporcjonalney. Te położywszy wzdłuż tak, ażeby jedną linią BCD czyniły, ſrządek iey E weź za centrum, (*przez Prop. 6. Księgi I.*) a otwartością cyrkla  $EB = EC$  odrysuy pułkoła BAC, toż na punkcie D poſtawiwszy linią pionową DA, (*przez Wnioſek 1. Propozycji 8. Księgi II.*) mówię: że ta będzie linia proporcjonalną, między danemi liniami BD, DC.

*Okazanie.* Bo poprowadziwszy linie BA, CA, robi ſię w pułkole węgiel BAC, który ieſt proſty (*przez Wnioſek 4. Prop. II. Księgi 3.*) z tey przyczyny linia pionowa AD od tegoż węgla ſpuſzczona na bazę BC, ieſt ſrzednią linią proporcjonalną  
miedzy

między częściami teyże bazy BD, DC, (przez *Wniosek 1. Prop. 4. Księgi IV.*) które to części są dane linie BD, DC. Co było do okazania.

### PROPOZYCYA XIX.

*Danemu troygrańcowi czworgraniec prosto-kątny rowny zrobić. I na odwrot: danemu czworgranco-  
wi prosto-kątnemu rowny troygraniec postawić. (Fi-  
gura 33. Tabella III.)*

*Rozwiązanie Części I.* Dany iest troygraniec BAC, przez wierzchołek iego A poprowadź linią prostą AG, rowno-ległą względem bazy BC. Potym bazę BC podzieliwszy na dwie rowne części w punkcie D, od tegoż punktu, iako też y od punktu C, linie pionowe DE, CF, powiedzione do linii rowno-ległej AG, odetną ci czworgraniec DF, danemu troygrańcowi BAC rowny.

*Okazanie.* Gdyż powiodłszy trzecią linią pionową z punktu B, do linii rowno-ległej HAG, będzie czworgraniec HC dwa razy większy od troygrańca BAC, (przez *Wniosek 3. Prop. 13. Księgi II.*) a zatym połowa iego EC, temuż troygrańcowi musi być równa. Co było do okazania.

*Rozwiązanie Części II.* Dany iest czworgraniec EC, któremu rowny troygraniec chcąc zrobić, podwoy bazę DC, pociągnąwszy wprost linią DB, rowną linii DC, potym na bazie BC wystaw troygraniec BAC, z wysokością DE tąż samą, która iest w czworgrańcu EC, ten będzie rowny danemu czworgrańcowi. Okazanie toż samo, co y Części I.

### PROPOZYCYA XX.

*Danemu czworgrańcowi kwadrat doskonały rowny wystawić. (Figura 34. Tabella III.)*

*Rozwią-*

*Rozwiązanie.* Dany jest czworogranięć podługowaty DF, który chcąc przerobić na kwadrat doskonały, znajdziemy średnią linią proporcjonalną (przez Propozycyą 18. Księgi IV.) między bokami jego DC y CF = Cf, z których pierwszy długość, drugi wysokość znaczy. Ta średnia linia proporcjonalna będzie AC, (przez Wniosek 1. Propoz: 4. Księgi IV.) z ktorey zrobiony kwadrat doskonały CB, równy będzie danemu czworogranicowi DF.

*Okazanie.* Gdvż  $\div$  DC, AC, Cf, = CF, a zatem DCXCf = ACXAC. (przez Defini: 10. Księgi IV) Co było do okazania.

PROPOZYCYA XXI.

Danym dwóm, trzem y wielu innym czworogranicom doskonałym, wystawić równy ieden doskonały czworogranięć. (Figurą 35. Tabella III.)

*Rozwiązanie.* Bok FB pierwszego z danych czworogranicow, przenies na AB, y postaw go pionowo do CB boku czworogranica drugiego, a poprowadziwszy linią AC, też dwa boki łączącą, z tey kwadrat zrobiony, równy będzie dwóm pierwszym danym czworogranicom. (przez Propozycyą 5. Księgi IV.) Potym tenże sam bok AC przeniosz na EC, y postawiwszy pionowo do DC boku danego trzeciego czworogranica, y powiodsz linią ED, na tey wystawiony czworogranięć doskonały wszystkim trzem czworogranicom razem wziętym równy będzie. (przez Propozycyą 5. Księgi IV.) Toż samo czyń, gdyby więcej czworogranicow doskonałych danych było, dla przerobienia ich na ieden.

PROPO-

## PROPOZYCYA XXII.

*Danym kilku troygrańcom ieden rowny troygraniec prosto kątny zrobić.*

*Rozwiązanie.* Jeżeli dane troygrańce są rownych baz y wysokości, a zatym sobie równe, (przez Wniosek 3. Propoz: 7. Księgi 4.) tedy troygraniec, którego bazą będzie linia równa wszystkim danych troygrańców bazom, a wysokość wspólna bokiem pionowo na tęż linią przypadającym, rowny im będzie.

Jeżeli dane troygrańce są rownych baz, a nierównych wysokości, albo rownych wysokości, a nierównych baz, tedy w pierwszym razie linią wysokości nierówne, w drugim linią bazy nierówne zamykającą w sobie, za bok ieden położywszy, za drugi zaś postawiwszy pionowo tam bazę, tu wysokość wszystkim wspólną, będzieś miał troygraniec rowny danym.

Jeżeli nakoniec dane troygrańce y baz, y wysokości nierównych, tedy albo wysokości wszystkie, albo bazy za ieden bok, a połowicę baz w pierwszym razie, w drugim zaś połowicę wysokości za bok drugi pionowo padający wzięwszy, troygraniec ieden, danym rowny mieć będzieś. Okazanie tey Propozycyi oczywiście wynika z Prop. XIII. Księgi II. y iey Wnioſkow, tudzież z Prop. VIII. y X. Księgi IV. z ich Wnioſkami.

*Wniosek I.* Tymże samym sposobem postąpisz, chociażbyś y nieprosto-kątny troygraniec danym troygrańcom rowny stawiał, byleś tylko tenże sam wzgląd miał na bazy y na wysokości. Gdyż troygrańce rownych baz y wysokości wszystkie sobie są równe.

PROPO-



## PROPOZYCYA XXIII.

Danemu Wielokątowi regularnemu Troygraniec rowny postawić.

*Rozwiązanie.* Znalazłszy danego wielokąta centrum. (przez *Rozwiązanie Prop. 13. Księgi II.*) y poprowadziwszy z niego linie pionowe do wszystkich tegoż wielokąta węgłow, będzieś miał tyle troygrańców rownych, (przez *okazanie Części I. Prop. 13. Księgi IV.*) ile jest bokow wielokąta, które będą rownemi między sobą tychże troygrańców bazami: a od tegoż centrum na którykolwiek bok wielokąta spuściwszy linia pionową, ta będzie wspólną wysokością wszystkich troygrańców, na które wielokąt jest podzielony. Wziąwszy tedy bazy wszystkich troygrańców, czyli obwód całego wielokąta za bazę, a za bok drugi spuściwszy do niej pionową znaną wysokość, będzieś miał troygraniec danemu wielokątowi regularnemu rowny. (przez *Prop. 21. Księgi IV.*)

*Wniosek I.* Czworgraniec zaś prosto-kątny rowny danemu wielokątowi wystawisz, wziąwszy za boki przeciw-ległe połowę baz, y wysokość całą, albo połowę wysokości a bazy całe. Taki bowiem czworgraniec rowny będzie troygrańcowi z całych baz y z wysokości zrobionemu. (przez *Wniosek III. Propozycji 13. Księgi IV.*)

## PROPOZYCYA XXIV.

Dane koło przerobić na troygraniec prosto-kątny iemu rowny.

Ponieważ koło jest wielokąt porządku niezliczoną liczbę bokow mający, (przez *Lemma Prop. 16. Księgi IV.*) a zatem na tyleż troygrańców

możę

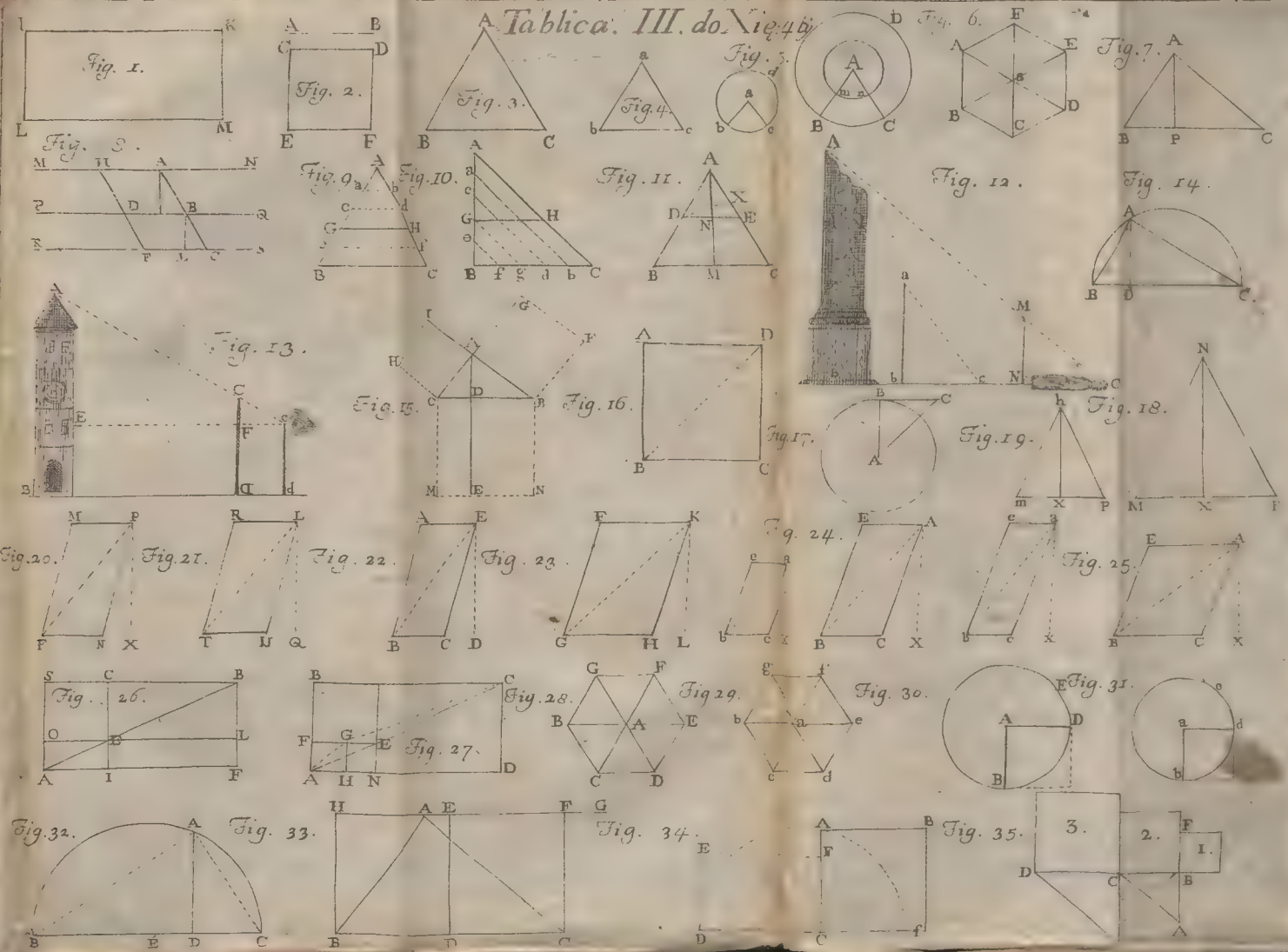
może być podzielony ; więc tych trygonów wszystkie bazy , to jest cały obwód koła położony na bazę , a promień tegoż koła , który jest jego wysokością , postawiwszy pionowo za bok drugi do tejże bazy , y powiodłszy bok trzeci zamykający plac temiż liniami zaięty , będziesz miał trygonianiec danemu kołowi równy.

*Wniosek I.* Czworgraniec zaś prosto-kątny równy danemu kołowi zrobisz , wziąwszy za boki jego naprzeciw-ległe , puł obwodu koła y cały promień , albo puł promienia y cały obwód koła. (przez *Wniosek 5. Prop. 23. Księgi IV. y przez Wniosek 3. Prop. 13. Księgi II.*)

*Wniosek II.* Kwadrat nakoniec doskonały równy danemu kołowi zrobisz , wziąwszy za bok linią średnią proporcjonalną (przez *Prop. 18. Księgi IV.*) między puł-obwodem y promieniem całym , albowi też między puł promieniem y całym obwodem znalezioną. Taki bowiem kwadrat doskonały , równy będzie czworogranicowi prosto-kątnemu , z puł obwodu koła y z promienia , lub z puł promienia y całego obwodu zrobionemu. (przez *Propozycją 20. Księgi IV.*)

*Wniosek III.* Tymże sposobem wystawisz kwadrat doskonały równy danemu któremukolwiek wielokątowi regularnemu , gdyż każdy wielokąt regularny równy jest czworogranicowi prosto-kątnemu , zrobionemu bądź z puł obwodu tegoż wielokąta y z promienia całego , bądź z puł promienia a z obwodu całego.

*PRZYPISEK.* Długości obwodu koła Matematycznie , czyli za pomocą samego cyrkla y linii doysć nie można , na czym zależy zawołana między  
wszy-



wfa  
kol  
mo  
gra  
gd  
na  
neg  
od  
tow  
am  
ka  
fra  
te  
dy  
Ni  
iak  
Me  
ny  
ich  
→

r.  
w  
wi  
lin  
3



wszystkimi Matematykami kwestya: o przerobieniu koła na kwadrat doskonały. Zaczynam cokolwiek tu mówić o przerobieniu go na troygraniec, czworgraniec y kwadrat doskonały, to tak rozumiem; gdy procz cyrkla y linii, inſze zażyte będą sposoby na doyscie prostey linii, rowney obwodowi koła danego. Matematycy iednak usilnie nad doysciem tego od dawnych pracuiący czasow długość obwoadu kołowego w proporcyi do linii ſrzedkowej, czyli dyamentru koła, kładą iak 22. do 7. Zaczynam obwód każdego koła trzy razy kładą, bądź więkſzy od ſwego dyamentru, z przydatkiem frakcyi  $\frac{7}{11}$ . Na tey frakcyi znieſienie, wielu więkſzemi daleko liczbami też proporcya wyrażają, kładąc obwód koła do dyamentru iak 314. do 100, albo iak 3141. do tyſiąca. Nigdy iednak w tych proporcjach bez pozostania iakiegokolwiek frakcyi nie obeydzie ſię. Było kilku Matematyków, ktorzy ſię rożnemi czasy z zupełnym tey proporcyi wynalezieniem ogłoſili, lecz w ich wynalazkach zawsze wadę iakąſ odkryto.

## KSIĘGA V.

### O Bryłach (de Solidis) Definicye.

1. **B**ryła, czyli rzecz miąska (*solidum seu corpus*) ieſt, cokolwiek wymiar ma w zdłuż, w ſzerz y w głąb.

2. Każdey bryły końcami, czyli terminami ſą wierſchy, (*superficies*) wierſchow terminami ſą linie, linii terminami ſą punkta.

3. Ta linia zowie ſię linią proſto-padłą, czyli piono-

pionową do płaskiego iakiego wierzchu, która na żadną nie skłaniając się bardziey strone, węgly proste zewsząd z nim czyni, iako *np.* kolumna na posadzce pionowo stojąca.

4. Kiedy linia prosta OL (*Figura 1. Tabella 4.*) nie prosto, lecz z ukosa stoi na wierzchu płaskim, a od wierzchołkowego jest punktu L na też płaszczyznę spuszczone, będzie linia pionowa LP, y punktu OP złączą się linią OP. Węgiel LOP, zowie się węglem nachylenia linii OL do płaszczyzny. (*angulus inclinationis*)

Podobnież gdy wierzch RE (*Figura 2. Tabella IV.*) na wierzchu OQ nie pionowo stoi, tedy nachylenie się iednego ku drugiemu, jest węgiel ostry ABC, zamknięty prostemi bokami AB, BC, które na obydwóch wierzchach prosto są powiedzione do wspólnego przecięcia OE. (*ad communem sectionem.*)

6. Płaszczyzny iedne do drugich podobne, czyli tymże samym sposobem nachylone, zowią się, kiedy węgly ich nachylenia (*anguli inclinationum*) są równe. Toż samo y o liniach na wierzchu płaskie padających rozumie się.

7. Wierzchy y bryły te są równo-ległe, które zewsząd daley powiedzione, równą wszędzie odległość od siebie zachowują.

8. Bryły, czyli Figury mięskie te są między sobą podobne, które na wierzchach, czyli bokach swoich tak podobny mają y równą tychże boków liczbę.

9. Jako węgiel wierzchowy (*angulus superficialis*) staie się z linii prostych na wierzchu płaskim powiedzionych, (*in superficie plana*) tak węgiel  
mięski

miąski (*angulus solidus*) staie się z wielu węglów wierzchowych nie na iedney płaszczynie leżących.

10. Węgiel zatym miąski prosto-boczny jest, który się składa ze trzech naymniey węglów wierzchowych BAC, BAD, &c. nie na iedney płaszczynie leżących, ale w iednym punkcie A kończących się. (*Figura 3. Tabella IV.*)

11. Węgły miąskie (*anguli solidi*) te sobie są równe, które się wewnątrznie nakrywaią wzajemnie.

12. Jako węgiel wierzchowy jest wzajemne ku sobie nachylenie się linii, tak węgiel miąski jest wzajemne ku sobie nachylenie się wierzchow.

13. Brył, czyli Figur miąskich troiaki jest gatunek, iedne są prosto-wierzchowe, które z prostych płaskich wierzchow składaią się, (*ex superficibus planis*) drugie krzywo-wierzchowe, których wierzchy są skrzywione, (*superficies curvae*) trzecie różno-wierzchowe, to jest: z wierzchow częścią prostych, częścią krzywych złożone. (*ex superficibus mixtis.*)

14. Wszystkie zaś w powłzeczności Figury miąskie, czyli bryły, albo są regularne, albo nieregularne. W regularnych wszystkie boki iednego są roku y iedney wielkości, y takich liczymy pięć: *Tetraedr* składaiący się z troygrańcow czterech równych y równo-bocznych. *Hexaedr* sześcią równemi kwadratami zewsząd zamknięty, inaczej zowie się kostka, lub sześciogran doskonały. (*cubus*) *Oktaedr* maiący w sobie ośm troygrańcow równych y równo-bocznych. *Dodekaedr* zamknięty dwunastą regularnemi pięcio-kątami. *Isokaedr* złożony z dwudziestu równych y podobnych sobie troygrańcow, nieregularne zaś Figury miąskie

są, których wierzchy y węgly nie są równe, y takich iest bardzo wiele.

15. Z pomiędzy Figur mięskich prosto-wierzchowe znaczniejsze są następujące. Pierwsza *Pryzma* mające wierzchy gorny y dolny równo-ległe, oraz y boki między niemi zamknięte. Jeżeli wierzch gorny y dolny mają Figurę troygrańca, *Pryzma* zowie się troygraniaście, y takiego szczegulniejszy jest używanie w nauce Newtona o kolorach. *Pryzma* zaś czworgraniaście będzie, jeżeli gorny y dolny wierzch Figurę czworgrańca mieć będą. Druga Figura mięska prosto-wierzchowa iest *Sześciogran podługowaty* (*Paralelloipedum*) składający się z sześciu czworgrańców, z których dwa każde naprzeciw zostające są sobie podobne, y równo-ległe. Trzecia *Piramida* (*Pyramis*) która z obszerney bazy w górę powstając, wierzchołek ma śpiczasty, może być troygrańcowa, czworgrańcowa y wielograńcowa podług Figury bazy. *Piramida* obcięta (*Pyramis truncata*) zowie się, która wierzchołku śpiczastego nie ma.

16. Krzywe Figury mięskie te są godniejszy uwagi: 1. *Kula doskonała*, (*Sphæra*) na ktorej obwodzie wszystkie punkta równo-odległe są od centru. 2. *Kula spłaszczona*, (*Sphærois*) mało co różniąca się od kuli doskonałej, prócz tego, że przy biegunach troszeczka iest nagięta y spłaszczona. Takowej Figury wielu Filozofów mienia być okrąg ziemi. 3. *Walec* (*Cylindrus*) iest bryła podługowata tok okrągły mająca. 4. *Kon* (*Conus*) co raz mniejszym kręgiem w górę idący, y kończący się na wierzchołku śpiczastym, iaka iest głowa eukru. *Kon* obcięty (*Conus truncatus*) zowie się, który



ktory nie ma wierzchołku śpiczastego. 5. *Konoida* (*Conois*) jest tegoż samego toku z *Konem*, ale zamiast wierzchołku śpiczastego, ma na końcu swej wysokości okągłość.

### PROPOZYCYA I.

*Pryzma* staie się z produktu bazy przez wysokość zmnożony. (*Figura 4. Tabella IV.*)

*Okazanie.* W danym bowiem *Pryzmie* dwie bazy *ABC, DFE*, są sobie równe, podobne y równoległe. Boki także *FB, EC, DA* równoległe są, (przez *Defin. 15. Księgi V.*) procz tego wierzchy środkowe (*plana intermedia*) *II, HH, GG*, są y sobie podobne, y bazy równe, z bazy zatym tyle razy położone, ile jest punktów w rozmiarze wysokości pionowej, staie się *Pryzma*, które tym samym będzie produktem bazy zmnożony przez wysokość. Co było do okazania.

*Wniosek I.* Jeżeli *Pryzma* przecięte będzie w którymkolwiek miejscu, wierzchem bazy równoległym, (*superficie ad basin parallela*) części jego y sobie wzajemnie, y cały *Pryzma* podobne będą. Tak, iakośmy okazali o *troygrancu* w *Propozycji I. Księgi IV.*

*Wniosek II.* *Pryzmy* równych baz, są do siebie w proporcji wysokości. Y na odwrot: *Pryzmy* równej wysokości są do siebie w proporcji baz.

*Wniosek III.* *Pryzmy* bądź proste, bądź ukośne, równe sobie są, jeżeli równych są baz y wysokości. *Pryzma* wprawdzie nachylone, jest dłuższe nad *Pryzma* proste tak, iak *czworgraniec* z ukośa leżący, jest dłuższy nad *czworgraniec* prosto-kątny; przecięż iako *czworgraniec* ukosem leżący

rowny czworogracowi prostemu, kiedy równą z nim ma bazę y wysokość, (przez Propozycyą 13. Księgi II.) ale za to jest waższy, podobnież y Pryzma nachylone zawsze równe będzie Pryzmo-  
wi prostemu, ilekroć z nim mieć będzie też samę bazę y wysokość.

### RROPOZYCYA II.

*Każde Pryzma troygraniafte zamyka w sobie trzy piramidy między sobą równe. (Fig. 5. Tab. 4.)*

Niech będzie Pryzma  $ABDFE$  trzy czworogracie proste składające toż Pryzma, to jest: czworogracie  $DC$ ,  $CE$   $DA$ , gdy trzema poprzecznymi liniami  $FB$ ,  $FA$ ,  $EB$ , podzielone zostaną, z tego podziału wypadną trzy troygraniafte piramidy sobie zupełnie równe, to jest:  $DFEB$ ,  $BFAC$ ,  $ABEF$ .

*Okazanie.* Albowiem  $DFEB = BFAC$ , bazy bowiem ich, to jest: troygracie  $DFE$ ,  $BCA$ , y wysokości, to jest: hoki  $DB$  y  $CF$  równe są. Y znowu  $ABEF = DFEB$  mając y wysokość równą, bo wspólną  $CF$ , y bazy równe, to jest: troygracie  $ABE = troygracowi$   $DBE$ , które to troygracie są połowy czworogracia prostego  $EB$ . A że rzeczy równające się każda osobno z trzecią, równe są między sobą, (przez *axioma* 2.) będą więc  $DFEB = BFAC = ABEF$ . A zatym Pryzma troygraniafte zamyka w sobie trzy piramidy troygraniafte, zupełnie sobie równe. Co było do okazania.

*Wniosek I.* Jako Pryzma troygraniafte podzielone jest na trzy troygraniafte piramidy, z tąż samą bazą y wysokością, tak każde infze Pryzma wielogracne dzielić się może na piramid trzy tylogranych; ile granne jest same.

*Wniosek*

*Wniosek II.* Każda zatym piramida jest trzecia część Pryzmy.

*Wniosek III.* Jako troygraniec lub ktorakolwiek Figura wielo kątna, na tyle troygraińcow podzielona być może, ile ma bokow, jeżeli z iey centru linie proste do wszystkich iey węglów powiedzione będą, podobnym sposobem, y każde wielo-boczne Pryzma na tyle Pryzmow troygraniastych jest podzielne, ile ma bokow.

### PROPOZYCYA III.

*Pryzmy nierównych baz y wysokości są do siebie w proporcji złożoney z proporcji baz, y z proporcji wysokości. ( Figura 6. y 7. Tab. IV. )*

*Okazanie.* Niechay będą dwie Pryzmy AE, ae, których bazy DEF, def nierowne są między sobą, jako y wysokości MN, mn, mówię: że Pryzma AE jest do Pryzmy ae, w proporcji złożoney, z proporcji bazy DEF; do bazy def, y z proporcji wysokości MN do wysokości mn. Położmy bowiem, że baza DEF = 20, baza def = 10, wysokości MN = 12, wysokości mn = 6. Będzie więc Pryzma AE =  $20 \times 12 = 240$ . Pryzma zaś ae =  $10 \times 6 = 60$ . (przez Prop. I. Księgi V.) Ale produkt 240 do produktu 60, jest w proporcji złożoney, z proporcji 20 do 10, y z proporcji 12 do 6. (przez Przypisek I. Lemmatu 9. Księgi IV.) Zaczym y Pryzma AE będzie do Pryzmy ae, w proporcji złożoney z proporcji bazy DEF do bazy def, y z proporcji wysokości MN do wysokości mn. Co było do okazania.

*Wniosek I.* Piramidy nierównych baz y wysokości, są do siebie w proporcji składaney z proporcji

baz y wysokości. Piramidy bowiem DME, dme, nierównych baz DEF, def, y wysokości MN, mn, są do siebie w proporcji Pryzmow AE, ae, będąc zobopolnie każda piramida trzecią częścią swey Pryzmy. (przez Wniosek II. Prop. II. Księgi V.) Zaczynam z tą samą, co Pryzmy są do siebie proporcją.

#### PROPOZYCYA IV.

*Sześciograniec podługowaty (parallelopipedum) wierzchem poprzecznym (plano diagonali) dzieli się na dwie trojgraniaste Pryzmy zupełnie między sobą równe. (Figura 8. Tabella IV.)*

*Okazanie.* Niech będzie Sześciograniec podługowaty (Parallelopipedum) HAED, ten wierzchem poprzecznym (plano diagonali) ABDC na dwie równe sobie Pryzmy zupełnie podzielony jest. Dwa bowiem równo-ległe czworogrąnce GAEB, y HCDF dwiema poprzecznymi liniami AB y CD dzielą się na dwa równe trojgrąnce, (przez Propoz: XI. Księgi IV.) które mają y bazy, y wysokości równe. Zaczynam y Pryzmy ABE, HCD tychże samych trojgrąncow miarę tak co do baz, iako y co do wysokości nosząc, a oraz wszystkie boki wierzchami równo-ległymi zamknięte mając, równe sobie także być powinny. (przez Wniosek III. Prop. I. Księgi V.) Co było do okazania.

#### PROPOZYCYA V.

*Dwa Sześciogranice podługowate sobie podobne, (Parallelopipeda similia) są do siebie w proporcji trojstey bokow równo-względnych, (laterum homologorum) to jest: tak się do siebie mają, iak Sześciograny exponensow tychże bokow równo-względnych.*

*Okaza-*



*Okazanie.* Dwie bowiem Figury sobie podobne, kiedy się tylko wzdłuż y wszerz biorą, są do siebie w proporcji dwoistej bokow równo-względnych, (*przez Prop. 15. Księgi IV.*) sześciogranice zaś podługowate sobie podobne, (*parallelopipeda similia*) ponieważ nie tylko wzdłuż y wszerz, ale też y w głąb wymiar mają, powinny zatym być do siebie w proporcji troistej bokow swych równo-względnych. Jeżeli więc sześciograniec iaki podługowaty będzie wzdłuż, w szerz y w głąb, trzy razy większy od sześciogranca drugiego, proporcya ich exponensow będzie 3. t. Uczyniwszy więc z obydwóch sześciogran, (*Cubum*) wypadnie z nich proporcya troista 27. y 1, y ta wskazuje, że sześciograniec pierwszy większy jest od drugiego dwadzieścia siedm razy. Co było do okazania.

*Wniosek.* Gdyby zaś sześciograniec iaki podługowaty zrobiony był z moltiplicacyi trzech linii w całej proporcji do siebie będących, (*in proportionem continua*) ten równyby był sześciograncowi doskonałemu z średniej linii proporcjonalnej zrobionemu, to jest: mającemu wszystkie boki równe tejże średniej linii proporcjonalnej. Tak gdyby jeden sześciograniec miał bazę od stop 8 szerokość stop 2, a wysokość stop 4, te trzy linie będą do siebie w proporcji ciągłej  $\div 8. 4. 2.$  A zatym zmoltiplikowane wspólnie uczynią  $8 \times 4 \times 2 = 64$ . Wziawszy potem średnią linią proporcjonalną 4. y sześciogran drugi z niej zrobiwszy  $4 \times 4 \times 4$ , wypadnie też sama liczba 64, która obydwu te sześciogranice zupełnie sobie równe być pokaże.

## PROPOZYCYA VI.

*Walec (Cylinder) jest Pryzma niezliczone boki mające. (Figura 9. y 10. Tabella IV.)*

*Okazanie.* Daymy walec ACBD, mówię: że ten nie różni się od Pryzmy złożoney z niezliczonych czworograców, szerokość niezmiernie drobną mających. Weźmy bowiem Pryzmę BDFH, ktorey baza BLKHG jest wielokąt regularny. Rzecz oczywista jest, że bokom tegoż wielokąta bazą Pryzmy będącego, pomnożyć nie można bez odmienienia obwodu, to jest: że razem pomnożone bydź muszą czworogrąńce równo-legle-boczne składające daną Pryzmę. A zatym jeżeli boki bazy są niezliczone y nieskończenie drobne, czworogrąńce także równo-legle-boczne, z których się Pryzma składa, niezliczone y nieskończenie małej szerokości bydź muszą. Pewną zaś jest, (iakośmy już w Księdze IV. okazali.) że obwód wielokąta niezliczone boki mającego, nie różni się od obwodu koła. Toć kiedy y czworogrąńce równo-legleboczne składające obwód Pryzmy, nieskończenie drobne będą, na ow czas wierzech Pryzmy (*superficies Prismatis*) zamienić się musi w ieden wierzech krzywy na obwód koła, a raczey na obwód walca wychodzący, a zatym cała Pryzma odmieni się w walec. Więc każdy walec nic inszego nie jest, tylko Pryzma niezliczone boki mające. Co było do okazania.

*Vniosek.* Wierzech zatym każdego walca, składa się z niezliczonych czworograców niezmiernie drobnych, bokami z sobą łączących się.

## PROPOZYCYA VII.

*Kon jest Piramida niezliczone boki mająca. (Figura 11. Tab. IV.)*

Niech

Niech będzie dany Kon BAD, mówię: że ten nie różni się od Piramidy złożoney z niezliczonych troygrańców, bazy nieskończenie drobne mających.

*Okazanie.* Toż samo właśnie jest, co y Propozycy i poprzedzającej. Każdy bowiem oczywiście widzi, że Piramida tym podobniejsza jest Konowi, im więcej boków ma iey baza, tę samę zawsze obłaerność obwodu zachowująca, im bardziej zatym rozmnożone będą troygrańce będące bokami Piramidy, tym bardziej zdrobnią, y obwód bazy Piramidy z baz tychże troygrańców uformowany, coraz bardziej podawać się będzie na obwód koła. Gdyby więc boki teyże bazy były niezliczone, y nieskończenie drobne, tym samym y boki całej Piramidy z tyleż troygrańców składające się zdrobniałyby niezmiernie, tak dalece: że takowey Piramidy od Konu wcale nie można byłoby rozemnać. Więc każdy Kon uważany bydz może, iak Piramida niezliczonymi troygrańcami bazy nieskończenie małe mającemi zamknięta. Co było do okazania.

*Wniosek I.* (*Fig. taż sama*) Kon formuje się, gdy troygrańca prosto-kątnego BEA, bok BA prostemu węglowi przeciw-legły, koło boku pionowego AE, tenże prosty węgiel czyniącego, w koło BCDE obwiedziony zostanie.

*Wniosek II.* (*Figura 12. Tab. IV.*) Każdy Kon jest trzecią częścią walca, czyli Cylindra, też samę bazę y wysokość mającego, to jest: Kon CED, mający równą bazę CD y wysokość EF, z walcem ACDB jest trzecią częścią tegoż walca. Ponieważ bowiem każdy Kon za Piramidę boki niezliczone mającą, (*przez Prop. terażniejszą*) y walce każdy

za Pryzmę z bokow niezliczonych y niezmiernie drobnych złożoną, (przez Propoz. 6. Księgi V.) brać można, idzie ztąd naturalnie, że iako każda Piramida jest trzecią częścią Pryzmy, (przez wniosek 2. Prop. 2. Księgi V.) mający z sobą też samę wysokość y bazę, tak y Kon każdy jest trzecią częścią walca teyże samey bazy y wysokości będącego.

## PROPOZYCYA VIII.

Kula iakkolwiek przecięta zostanie, płaszczyzna iey przecięcia będzie koło doskonałe, to zaś w ten sposób: iż jeżeli kuli przecięcie DFEH przez centrum kuli przechodzić będzie, tedy koło największe odetnie. Jeżeli zaś toż przecięcie nie przez centrum kuli powiedzione zostanie, iakie jest GMAN, tedy takowego koła promienie GO, OH będą mnieysze od promieni kuli. (Figura 13. Tabella IV.)

Przed okazaniem tey Propozycyi wiedzieć potrzeba, iż w kuli, o ktorey mowiliśmy w Defini-cyi 16. tey Księgi, części następujące uważane być mają. 1. Punkt A położony w samym śródku kuli, y iey będący centrum, od którego wszystkie promienie do obwodu powiedzione, równe sobie są. 2. Oś kuli (*axis sphaerae*) linia prosta BC przez centrum kuli do ostatnich obwodu kuli punktów powiedziona. 3. Ostatnie punkta czyli bieguny kuli (*poli sphaerae*) są punkta BC. 4. Obszerność kołow kuli (*amplitudo circularis sphaerae*) jest obwód okrągły koła, z centru A otwartością cyrkla AB powiedziony, iaki jest BECD. 5. Obwód wierzchowy (*Perimeter superficialis*) jest wierzch zewnętrzny całej kuli. 6. Miążskość kuli (*soliditas sphaerae*) jest cała oneyże bryła wierzchem okrągłym



głym zamknięta. 7. Kula formuje się, kiedy pułkoła BEC na osi BC w koło obrocone zostanie. To przełożywszy, zadana Propozycją tak okazuję.

*Okazanie Części I.* Jakkolwiek kula DGBHEC przecięta będzie, tedy wynalazłszy centra na płaszczyznach iey przecięcia bądź większego DSEU, bądź mniejszego GMHN, (*przez Wniosek Prop. 2. Księgi III*) od tych linie do punktów wierzchowego przecięcia powiedzione, wszystkie równe sobie będą. Kula bowiem co do miąższości swojej, może się uważać nakształt bryły otoczoney niezliczonemi kołami przy sobie ległemi y zrobionemi z centrow, coraz infszych wziętych na tymże samym dyametrze kuli, y w iedneyże zawsze proporcji drobniejącemi, aż poki do samych biegunow nie przytkną. Tym sposobem płaszczyzna większego przecięcia DSEU, może się uważać, iako koło z wynalezionego centru A, otwartością cyrkla AD odryflowane, tudzież płaszczyzna mniejszego przecięcia GMHN, może się brać nakształt mniejszego koła z wynalezionego centru O, otwartością cyrkla OG zrobionego. A zatym tak w przecięciu większym linie AG, AH, AD, iako y w przecięciu mniejszym linie OG, OH, równe sobie będą. (*przez Defn: 1. y Wniosek Defn: 5. Księgi III.*) Y pierwszego więc, y drugiego przecięcia płaszczyzna, koło doskonałe czynić musi. Co było do okazania.

*Okazanie Części II.* Powiodłszy od centru kuli A, promień AB pionowy do linii GOH, przechodzący przez O centrum przecięcia GMHN, nieprzechodzącego przez centrum kuli, mówię: że promienie tegoż przecięcia OG, OH, mniejsze są  
od

promieni kuli. Gdyż w trygwieńcu AOH czwor-  
graniec doskonały zrobiony z boku A i, który jest  
promieniem kuli, równy jest czworgraniec m do-  
ikonatym z boków AO, y OH zrobionym. (przez  
*Prop. 5. Księgi IV.*) Ale  $AH = AE$ , zaś OH jest  
promień mniejszego przecięcia GMH tak, iako  
AE promień większego przecięcia DSEU, więc  
promienie przecięcia kuli przez centrum nieprze-  
chodzącego mniejsze są od promieni przecięcia,  
które przez centrum teży kuli jest powiedzione.  
Co było do okazania.

*Wniosek I.* Jeżeli kilkanaście koł największych,  
iako bydź mogą w kuli, też kulę przecinaią, y  
siebie oraz na dwie równe części przetną, a iako  
też największe koła równe są między sobą, bo  
wszystkie przez toż samo centrum przechodzą, tak  
y części z przecinania się ich wzajemnego wyni-  
kające, równe sobie bydź muszą. Ztąd jest, że  
na kuli armillarney, ktorey Geografowie zażywiają,  
stanowisko słońca letnie od zimowego równie jest  
odległe, iako też porównanie dnia z nocą wio-  
senne od iesiennego. Gdyż dwa cyrkuły większe  
nazwane kolury, które wyrażać sobie można, iako-  
by przechodzące przez centrum Sfery, na dwie  
równe części też Sferę przecinaią.

*Wniosek II. (Figura 14. Tab. IV.)* Kula ACBG  
walcem DFHE obwiedziona, tenże sam ma Dya-  
meter, co y baza tegoż walca. Gdyż tak bazy  
walca, iako y kuli tymże walcem otoczoney Dy-  
ameter, dwa razy większy jest od promienia.

### PROPOZYCYA IX.

*Kula równa jest Piramidzie, lub Konowi prostemu,  
które-*

ktorego bazą jest cała obszerność wierzchu kuli, a wysokością promień oneyże. (*Fig. 15. Tab. 4.*)

Okazanie. Jako koło pokazaliśmy bydź wielokątem regularnym boki niezliczone mającym, (*przez Lemma Prop. 16. Księgi IV.*) tak y kula uważana bydź może iak Figura miążka regularna, złożona z niezliczonych Piramid, mających za wysokość promień teyże kuli, a za bazę całą wierzchową obszerność oneyże, do ktorey wszystkich Piramid wierzchołki zbiegają się przy centrze C. Piramidy zaś wszystkie, ile ich bydź może z jedną wysokością, są do siebie w proporcji baz tak, iako Pryzmy idneyże wysokości, (*przez Wniosek II. Prop. 1. Księgi V.*) więc kula równa jest Piramidzie mającej za bazę całą wierzch kuli, a za wysokość promień. Ale Piramida boki niezliczone mająca, równa się Konowi, (*przez Propozycyą 7. Księgi V.*) więc iako kula równa jest Piramidzie, tak y Konowi równa bydź powinna, będącemu z wysokością promienia y z bazą całego wierzchu swojego. Co było do okazania.

Wniosek I. Ponieważ Piramida każda Pryzmy, (*przez Wniosek 2. Prop. 2. Księgi V.*) a Kon walca (*przez Wniosek 2. Prop. 7. Księgi V.*) z tąż samą bazą y wysokością będących, jest trzecią częścią, stąd łatwo wniesiesz: że kula iako jest równa Piramidzie lub Konowi, których bazą jest cała obszerność wierzchu kuli, a wysokością promień, tak każda kula brana bydź powinna za trzecią część walca, lub Pryzmy mających za bazę całą wierzchową obszerność, a za wysokość promień kuli.

Wniosek II. Obszerność wierzchowa koła, iako się powiedziało w Wniosku I. Prop. 24. Księgi V.  
równa

rowna jest produktowi wynikającemu z moltiplicacji poł obwodu koła przez cały promień, (*czytaj Prop. 24. Księgi IV. z iey Wnioškami y Przypiskami.*) z wynalezioney zaś obszerności koła, łatwo doysć można obszerności wierżchowej kuli iakieykolwiek, która jest rowna czterem naywiększym teyże kuli cyrkulom, iako doszedł y okazał Archimedes. Ponieważ więc pole każdego koła mamy z moltiplicacji połowy obwodu przez promień, a pole dwa razy więktsze z moltiplicacyi całego obwodu przez tenże promień. Ztąd rzeczywiście wynika, że pole cztery razy więktsze, które ma bydź rowne wierżchowej obszerności całej kuli, wyniknie z moltiplicacyi całego obwodu przez cały Dyameter. W każdej zatyin kuli przez walor Dyametru zmoltiplikowawszy walor koła naywiększego, całą wierżchową obszerność teyże kuli mieć będziemy. O proporcyi zaś, która między koła każdego Dyametrem y obwodem zachodzi, dosyć dokładnie mowić się w Przypisku Prop. 24. Księgi IV.

### PROPOZYCYA X.

*Sześciograniec podługowaty, Pryzmę, Walec, lub Kona zmierzzyć.*

*Rozwiązanie.* Sześciogranca, Pryzmy, lub Walca bazę zmoltiplikuy przez wysokość ich pionową, bazę zaś Piramidy, lub Kona przez trzecią część pionowej ich wysokości, a wypadnie ci wymiar całej ich miążskości.

Dla tego zaś baza Piramidy y Kona tylko przez trzecią część pionowej ich wysokości moltiplikuje się, że Piramida jest trzecią częścią Pryzmy,  
a Kon



a Kon walca też samę bazę y wysokość mającego. Co było do uczynienia.

### PROPOZYCYA XI.

*Miaskość kuli zmierzyć. (Figura 15. Tab. IV.)*

*Rozwiązanie.* Znalazłszy wierżchową obszerność kuli, (przez *Wniosek 2. Prop. 9. Księgi V.*) całej miaskości iey łatwo doydziesz, gdy zmultiplikujesz też obszerność kuli wierżchową przez trzecią część iey promienia.

*Okazanie.* Kula bowiem równa jest Konowi prostemu, mającemu za bazę całą wierżchową kuli obszerność, a za wysokość promień oneyże, (przez *Prop. 9. Księgi V.*) tak Kon BCA, równy jest kuli OCT, jeżeli baza tegoż Kona BA równa się obszerności kuli wierżchowej. Ale miaskości Kona dochodziemy z moltiplicacyi całej iego bazy przez trzecią część wysokości, (przez *Prop. X. Księgi V.*) więc y miaskość kuli temuż Konowi równey mieć będziemy, zmultiplikowawszy całą wierżchową iey obszerność, która jest bazą Kona sobie równego, przez trzecią część promienia będącego wysokością Kona iey równego.

Tegoż samego doydziesz, moltiplikuiąc największy obwód kuli przez dwie ze trzech części iey Dyamentru.

*Wniosek.* Gdyby na bazie obwodu największego DE daney kuli OCT, postawiony był Kon DOE, z wysokością Dyamentru teyże kuli, y na teyże samey bazie z tąż samą wysokością, gdyby był postawiony walec EF, będą do siebie Kon, kula y walec w tey samey proporcyi, co 1. 2. 3. (*Figura taż sama.*)

## K S I Ę G A VI.

O przecięciach Konu (*de Sectionibus Conicis*) y o liniach krzywych.

1. **N**Auka o przecięciach Konu, y o liniach krzywych, wyższej Matematyki ma nazwisko, zkąd doskonale iey poznanie większey pracy y otwartości rozumu wyciąga, gdyż umysły młodych, nie dobrze ieszcze w rzeczach Ziemiomierniezych ugruntowane, łatwo zaplątać może. Co iednak nie tak wstręt czynić, iak tym większey dodać im ochoty powinno, do przyłożenia się usilnego, i a zrozumienie krotkich tych y początkowych o liniach krzywych wiadomości, które w tey ostatniey Księdze wykładam, zwłaszcza, że ia nie spuszczaąc z oka zamierzonego pracy do iey celu, y pomnąc na to, iż dla zaczynających piśzę te tylko rzeczy, które od nich snadniey zrozumiane bydź mogą, iak nayłatwieyszym słaram się podać sposobem; dalszych pojęcie, z Księg dokładniey o tym napisanych, ochocie ich zostawiając.

2. Kon każdy pięciorako przecięty bydź może. *Nayprzod:* Płaszczyzną od wierżchołku Konu do bazy powiedzioną, y z takiego przecięcia wynika troygraniec prosto-boczny BAC. (*Fig. 16. Tab. 4.*) *Powtore:* Płaszczyzną bazie równo-ległą, y takie przecięcie formuie koło ab. (*Fig. taż sama*) *Potrzenie:* Płaszczyzną oś Kona ukośem przecinającą, ktoraby bazie nie była równo-ległą, a obydwóch boków Konu tykała, y takie przecięcie zowie się Ellipsa, *Ellipsis* iakie jest ab. (*Fig. 17. Tab. 4.*)

Tab. 4.) *Poczwarte*: Płaszczyzną z iednym Konu bokiem równo-ległą, y zowie się *Parabola*, iaka iest ED. (Fig. 18. Tab. 4.) *Popięte*: Nakoniec płaszczyzną ED, która przechodzi przez bazę Konu BC, y pociągniona daley w górę, tymże sposobem przecinałaby drugi Kon, danemu Konowi wierżchołkiem przeciw-legły, y takie przecięcie zowie się *Hyperbola*. (Figura 19. Tab. 4.) Gdy iednak o przecięciach Konu mowa iest u Geometrow, nie rozumieją się wszystkie, ale tylko trzy ostatnie przecięcia, to iest: *Ellipsa*, *Parabola* y *Hyperbola*. Gdyż o pierwszych dwóch, to iest o troygrańcu y o kole, tudzież o naturze y własnościach ich, dosyć obszernie mowi się w Księgach poprzedzających.

3. Linie obwodowe trzech ostatnich przecięciow Konu są krzywe, y wizerunek ich iest następujący. Linii *Ellipsy* na Fig. 20. *Paraboli* na Fig. 21. *Hyperboli* na Fig. 22. Tab. 4. Z samego zaś spozyrzenia rzecz widoczna iest: że wszystkie te linie krzywe przy wierżchołku osi, bardziey oddalają się od centru swojego, niżeli koło, y przeto tamże większą wypukłość formują.

4. Oś każdej linii krzywey, iest linia prosta przez płaszczyznę przecięcia od wierżchołku do bazy zasiągająca, y bazę na dwie równe dzieląca części, taka iest w *Ellipsie* AH, (Fig. 20. Tab. 4.) która oraz zowie się *dyametrem większym*, linia zaś IK *dyametrem mniejszym*. Taka w *Paraboli* linia AI, (Fig. 21. Tab. 4.) a w *Hyperboli* linia AB. (Fig. 22. Tab. 4.) Wierżchołek zaś iest punkt najwyższy A, w którym oś krzywey linii dotyka się.

5. Cięciwy przecięcia, (*chordæ sectionum*) które inni liniami rzędowemi zowią, (*ordinateæ*) są

K ———— linie

linie między sobą równo-ległe, przecinające oś pionowo, y przeciw-ległych obwodów linii krzywey tykające. Takie są w Ellipsie CDIK, (Fig. 20. Tab. 4.) w Paraboli LM, HK, BC, (Figura 21. Tab. 4.) w Hyperboli TU, PO, (Fig. 22. Tab. 4.) Puł-cięciwia (*semiordinatae*) są połowice tychże rzędowych linii, iako w Ellipsie EC, OI, (Figura 20. Tab. 4.) w Paraboli EL, FH, (Fig. 21. Tab. 4.) a w Paraboli DP, CT. (Fig. 22. Tab. 4.)

6. Centrum odbicia, czyli Fokus (*centrum reflexionis, vel focus*) jest punkt na osi linii krzywey, przez który linia rzędowa przechodząca, tak długa jest, iak Perim. ter; w takowym centrze, czyli Foku, wszystkie promienie zwierciadeł palących zbierają się, takie punkta są w Ellipsie E, E, (Figura 20. Tab. 4.) w Paraboli punkt F, (Fig. 21. Tab. 4.) w Hyperboli punkt C. (Fig. 22. Tab. 4.)

7. Linie odcięte, czyli strzały (*abscissae, vel sagittae*) są części Dyamentru między wierżchołkiem onegoż y liniami rzędowemi zaięte, iakie są w Paraboli AE, AF, AI, (Fig. 21. Tab. 4.) za pomocą takowych linii odciętych, czyli strzał, poznać się, iakiego gatunku każda linia krzywa jest. Tak np. koło od każdej innej linii krzywey tym się różni, że puł cięciwie, czyli połowica linii rzędowej (*semiordinata*) AD, jest średnią linią proporcjonalną między dyamentrem BD, y między linią odciętą, czyli strzałą DC. (Fig. 33. Tab. 3.)

8. Parameter jest linia prosta miary jednostajnej, od ktorej wszystkich Konu przecięciow własności wywodzą się. Taka linia w Ellipsie równa jest linii rzędowej CD, przez punkt odbicia E przechodzącej, (Fig. 20. Tab. 4.) w Paraboli ro-

wna



wna linii HK, (Fig. 21. Tab. 4.) y jest linią trzecią proporcjonalną między strzałą AF, y puł cięciwem FH, (*inter abscissam & semiordinatam*) w Hyperboli na końcu Parameter, równy jest linii TU. (Fig. 22. Tab. 4.) Parameter w Ellipcie y w Hyperboli jest trzecią linią proporcjonalną do ośi większey y mniejszey.

9. Dyameter przecięcia Konu, jest każda linia prosta od punktu jednego obwodu do punktu przeciwległego powiedziona, która przecina iąc na dwie równe części linią drugą, przecina oraz na dwie równe części wszystkie inne teyżę linii równo-ległe, a względem siebie rzędowe. Tak: jeżeli linia prosta AB (Fig. 23. Tab. 4.) w krzywey Figurze ABD, dzieli na dwie równe części linie ab, ed, y wszystkie inne równo-ległe z linią xy, którą także na dwie równe części rozdziela, tym samym nazwie się dyametrem Figury ABD. Na tym fundamencie każda oś może się nazwać dyametrem, ale nie każdy dyameter ośią. Gdyż oś linie rzędowe (*ordinatas*) przecina pionowo, (*perpendiculariter*) a dyameter przecina ie ukośnie. (*oblique.*)

10. Dyametry złączone (*Diametri coniugatae*) zowią się dwa ktorekolwiek takowe dyametry, z których każdy na dwie równe części dzieli drugiego, y wszystkie inne linie względem niego równo-ległe, a względem siebie rzędowe. Tak: jeżeli dyameter AB (Figura 23. Tab. 4.) na dwie równe części dzieli drugiego dyametra ed, y wszystkie linie proste ab, xy względem niego równo-ległe, tudzież jeżeli dyameter ed przecina także na dwie równe części dyametra AB, tudzież proste linie ru, fg, y wszystkie inne względem niego

Każdy z nich równo

rownoległe, dwa takowe dyametry AB, ed nazwą się dyametry złączone. (*diametri coniugatae*)

11. Jest jeszcze w Figurach krzywych linia nazwana Dyameter, czyli oś zawrocona, (*Diameter, vel axis transversus*) która przez wierżchołki dwóch Hyperbol wierżchołkiem sobie przeciwległych przechodząc, wszystkie ich rzędowe linie na dwie równe części rozdziela, iaka jest linia prosta AB. (*Fig. 24. Tab. 4.*) Ale takowy Dyameter samym tylko Hyperbolom jest właściwy. Te przelożywszy początkowe wiadomości y Defini-cye, teraz przystępnę do mówienia w szczególności o każdej linii krzywey.

### O ELLIPSYE.

12. Ellipsa jest Figura iedną linią krzywą tak zawarta, że czworogranice doskonałe z rzędowych linii czyli cięciw, tak się mają wprost do siebie, iak się mają do siebie czworogranice prosto-kątne, zrobione z dwóch części osi przez też cięciwy przeciętey, tak iednak, że im nigdy równe nie są. Na tym fundamencie kwadrat doskonały z puł cięciwia (*ex semiordinata*) CM (*Fig. 25. Tab. 4.*) to jest: kwadrat CSTM tak się ma do kwadratu doskonałego z puł-cięciwia DN = DORN, iak się ma czworograniec prosto-kątny CFXB, zrobiony z dwóch części osi ACXCB, do czworogranica prosto-kątnego DGKB zrobionego z części teyże osi ADXDB. Przecięż ani kwadrat CSTM rowny jest czworogranicowi prosto-kątnemu CTXB, ani kwadrat DORN czworogranicowi prosto-kątnemu DGKB. Y ztąd daie się widzieć różnica między Ellipsą, a kołem zachodząca, że w kole kwadrat doskonały z puł-cięci-

cięciwia AD, (*Fig. 33. Tab. 3.*) równy jest czworogranicowi prosto-kątnemu BDXDC. Puł-cięciwie bowiem AD, jest średnią linią proporcjonalną między linią BD y linią DC, częściami Dyamentru, czyli osi BC. (*przez Prop. 18. Księgi 4.*)

13. Każda Ellipsa, iako się poweoziało w *Punkcie 4.* ma dwie osi, jedną ze wszystkich prostych linii, które się w Ellipsie wzdłuż powieść mogą, naydłuższą, która też zowie się oś większa, (*axis maior*) drugą oś mnieyszą, która jest krotsza. Te dwie osi, czyli Dyamentry przecinaia się pionowo. Insze zaś Dyamentry tym większe staja się, im bliższe są osi większey, które zaś od teyże osi równie są oddalone, równe są między sobą. Tak w Ellipsie EGFH (*Figura 26. Tab. 4.*) Dyamentry ML, NO równe są.

14. Parameter Ellipsy jest linia prosta CA (*Fig. 27. Tab. 4.*) równa cięciwie EL przechodzącey przez punkt odbicia O, y jest linią trzecią proporcjonalną między osią większą CD, y osią mnieyszą UT. Wyraża się zaś linią CA wierżchołku osi C pionowo tykającą. Oś więc mnieysza w Ellipsie jest linią średnią proporcjonalną między osią większą y Parametrem. A zatym czworgranic do-skonały z osi mnieyszey UT, to jest: UMNT będzie równy czworogranicowi prosto-kątnemu z osi większey CD, y z Parametru CA zrobionemu, to jest: czworogranicowi CDBA.

15. Czworgranic zaś prosto-kątny CDBA (*Fig. taż sama*) z osi większey CD y z Parametru CA zrobiony, zowie się *Figurą osi CD.* (*Figura axis*) W tym prosto-kątnym czworgrancu z osi większey y z Parametru zrobionym, powiodłszy linią po-

przeczną czyli Dyameter DA, ten zbiegnie się w punkcie G z linią OL, do tegoż punktu G, jeżeli tego potrzeba, pociągnioną, która to linia OP jest pół-cięciwie do dyametru CD. Z punktu takowego zbiegnięcia G pociągnioną pionowo linią GH zamknięty czworograniem prosto-kątny GC, równy będzie czworgrańcowi doskonałemu z tegoż pół-cięciwia OP. A iako czworgraniem prosto-kątny CG, od czworgrańca CZ, z Parametru CA, y ze strzały CO zrobionego, mniejszy jest małym czworgrańcem prosto-kątnym GA, który jest podobny całej Figurze osi CB, tak y czworgraniem doskonały z pół-cięciwia OP, tymże samym małym czworgrańcem GA mniejszy będzie od czworgrańca CZ, z Parametru CA y ze strzały CO zrobionego. Ta jest własność każdej Ellipsy, od której własności też Figura Ellipsą, to jest: niedochodzącą (*deficiens*) jest nazwana, z przyczyny tej mniejszości czworgrańca doskonałego z pół-cięciwia OP, od czworgrańca prosto-kątnego CZ, małym czworgrańcem GH.

16. Ellipsa ma dwa centra odbicia, czyli dwa Foki, te zaś są dwa punkta O y K (*Fig. 27. Tab. 4.*) na osi większej CD, równie odległe od centru S, y od dwóch wierchołkow C, D. Odległość zaś ich od końców mniejszej osi UT, to jest OU, albo KU równa jest połowicy większej osi CS. Obydwa te centra odbicia czyli Foki, od wierchołkow osi tak powinny być oddalone, ażeby pół-cięciwia OP, FK przez centra odbicia przechodzące, równe były połowicy Parametru CA. To zaś nadewszystko w Ellipsie względem centrow odbicia uważać należy, że dwie linie proste z obydwóch



dwóch centrow odbicia czyli Fokow, do ktoregokolwiek punktu obwodu powiedzione, razem wzięte, zawsze rowne są całej osi większey. Tak  $OE + EK = CD$ .  $OU + UK = CD$ .  $OF + FK = CD$ . Uważać powtore na ży y to, że linia tykająca wierzchołku węgła z tychże linii przy obwodzie uformowanego, rowne powinna węgły czynić z temiż liniami od centrow odbicia do iednego punktu obwodu powiedzionemi, to jest: że węgiel LEO powinien być rowny węglowi REK.

## PROPOZYCYA I.

*Krzywą linią Ellipsę zatoczyć. (Fig. 28. Tab. 4.)*

*Rozwiązanie I.* Powiodłszy linią prostą BG, y obrawszy na niej podług upodobania punkt A, z tegoż otwartością cyrkla AB odrysuy koło BCDE. *II.* Na teyże samey linii BG, wziąwszy punkt drugi D, z tąż samą cyrkla otwartością odrysuy z niego drugie koło AFGH. *III.* Z punktow IK, gdzie się koła przecinają, poprowadź linie proste do obwodu koł obydwóch tak, ażeby przechodziły przez centra koł A y D, to jest: linie KAC, KDF, IAE, IDH. *IV.* Toż z punktu K, otwartością cyrkla KC, zatocz łuk CF, y z punktu I tąż samą cyrkla otwartością zatocz łuk EH. Tym sposobem zrobisz Ellipsę CFGHEB. Co było do zrobienia.

*Wniosek I. (Figura 29. Tab. 4.)* Gdyby zaś oś większa daleko dłuższą być miała od osi mniejszey, tedy powiedz nauprzód: dwie linie pionowe, y przecinające się na połowę CD, BA. Powtore: Połowicę osi większey CE podziel na trzy rowne części CF, FM, ME, y na takoweż trzy części rowne podziel drugą połowicę teyże osi większey,

K4 to jest:

to iest: EN, NI, ID. *Potrzenie*: z centrow I y F, otwartością cyrkla  $ID = FC$  odryfowawszy koła MKDL, HCGM, z końców osi mnieyszej A, B pociągnij na obiedwie strony proste linie do przeciwnych obwodów przez centra odryfowanych koł przechodzące, to iest: AFG, BFH, tudzież AIK, BIL. *Nakoniec*: Postawiwszy iedną cyrkla nogę w punkcie A, otwartością AG zatocz Łuk GBK, y podobnyż z punktu B, LAH z tąż samą cyrkla otwartością, a będziesz miał zatoczoną podługowatszą Ellipsę CBKLAH. Co było do zrobienia.

*Wniosek II.* (*Figura 30. Tab. 4.*) Nayzręczniey zaś Ellipsę iakieykolwiek wielkości w sposób następujący odrysujesz: niech będą dane dwie linie AB y CD, z ktorey pierwsza osią większą, druga mnieyszą ma bydź Ellipsy, którą chcesz zatoczyć. Te dwie proste linie niechay się przecinają pionowo y na dwie równe części w punkcie E. To gdy się stanie, wbiy dwa ćwieczki na osi większey w punktach F y G tak, ażeby od centrum E równie odległe były, tudzież od końców większey osi A, B, za ktore zadzierżgnąwszy dwa końce nici tak długiey, y z takim ćwiekow wbitych ułożeniem, ażeby taż nić z punktów F, G, wyciągnięta, tykała się punktualnie czterech końców danych osi A, C, B, D. Zażyj potym ołowka, lub piora, ktoremi za powodem nici tak wyciągnięney, znacząc w koło linią, odrysujesz prawdziwą Ellipsę ACBD, Co było do zrobienia.

### O P A R A B O L I.

17. *Parabola iest Figura Ziemiomiernicza, iedną linią krzywą, ktorey końce nie zchodzą się z sobą,*  
tak

tak zaięta; że czworogrąńce doskonałe z puł-cięciw iey zrobione, równe są czworogrąńcom prosto-kątnym ze strzał przez też puł-cięciwia odciętych, y z Parametru; Taka iest Parabola ABC (Figura 31. Tab. 4.) z ktorey puł-cięciwia (*ex semiordinata*) DE czworgraniec doskonały DZ, równy iest czworgrąncowi prosto-kątnemu DZ ze strzały BD, przez też puł-cięciwie odciętey, y z Parametru BF zrobionemu. Strzały zaś czyli linie odcięte w Paraboli (*abscissæ*) BD, BI, tak się mają wprost do siebie, iak się mają do siebie czworgrąńce doskonałe z puł-cięciw, tymże strzałom korrespondujących zrobione; to iest: iak się ma czworgraniec doskonały DZ, do czworgrąńca doskonałego IQ. Ponieważ więc kwadrat doskonały IQ do kwadratu doskonałego DZ, iest w proporcyi dwoiſtey bokow, czyli puł-cięciw IK, y DE, te zaś czworgrąńce doskonałe, tak się mają do siebie, iak strzały przez ich boki odcięte, idzie zatym, że y strzały, czyli linie odcięte (*abscissæ*) BD, BI, będą do siebie w proporcyi dwoiſtey puł-cięciw DE, IK. Puł-cięciwia zaś BD, IK, będą w proporeyi poddwoiſtey tychże strzał BD, BI, ponieważ w teyże samey poddwoiſtey proporcyi są względem kwadratów doskonałych DZ, IQ z siebie zrobionych.

18. Parameter Paraboli iest prosta linia BF, tykająca pionowo punktu B, ktory iest wierżchołkiem osi PB. Ze zaś powiedziało się iuż w punkcie 8. iż Parameter Paraboli iest trzecią linią proporcjonalną do strzały np. BD, y do korresponduiącego iey puł-cięciwia DE, ztąd widocznie wypływa, co w punkcie poprzedzającym powiedziałem, że kwadrat doskonały z puł-cięciwia np. DE zrobiony,

równy

rowny jest czworgranicowi prosto-kątnemu, ze strzały BD, przez rżę pul-cięciwę odciętę, y z Parametru BF, a tak w Paraboli każde pul-cięciwie jest średnią linią proporecyonalną między strzałą sobie korrespondującą y Parametrem. Od tey tedy równości, która zachodzi między czworgranicem doskonałym z pul-cięciwia, y między czworgranicem prosto-kątnym ze strzały iemu korrespondującej y z Parametru, Parabola nazwisko swoje ma.

19. Co się tycze centru odbicia, czyli Foku, Paraboli, trzy szczegulniey rzeczy uważać potrzeba. *Nayprzod*: że sprawiedliwa odległość centru odbicia D, od wierzchołku osi B, jest czwarta część Parametru. *Powtore*: linia DE, która jest połową cięciwy przez centrum odbicia przechodzącej, równa jest połowie Parametru DF. Cały bowiem Parameter, iakom wyżej wyłożył, nie różni się od cięciwy przez centrum odbicia przechodzącej. Będą więc do siebie strzała BD, pul-cięciwie DE, y Parameter BF, w ciągnionej proporcji tak, iak  $\therefore 1. 2. 4.$  *Potrzenie*: nakoniec w Paraboli linia tykająca NM, równa powinna formować węgły z linią np. DH, od centru odbicia do obwodu powiedzioną, y z linią HT, do tegoż samego punktu obwodu pociągnioną tak, ażeby była z osią BP równo-legła.

#### PROPOZYCYA II.

*Parabolę geometrycznie złożyć. (Fig. 32. Tab. 4.)*

*Rozwiązanie.* *Nayprzod*: Powiodłszy prostą linią AB, a od środka iey postawiwszy linią pionową FG, weź po dwa razy na iey miarę z obydwóch stron linii AB, zaczynając od centru odbicia F linie ET, FA, FT, TB; tym sposobem linia AB stanie się  
cztery



cztery razy większa od linii FG, a tak punkt F będzie centrem odbicia, czyli Fokiem, punkt G wierchołkiem osi; cięciwa AB miarą Parametru, poł. cięciwie FB średnią linią proporcjonalną między tymże Parametrem y strzałą, czyli linią odciętą FG. *Powtore:* Odległość wierchołku od centru odbicia, to jest linią FG, y równą iey linią AT, na cięciwie AB, podziel na tyle części, ile zechcesz, (*ja teraz dzielię na sześć*) y liczby popisz tak, iak wyrażone są na Figurze, a na linii FG przez wszystkie dzielenia punkta 1. 2. 3. 4. 5. 6. poprowadź według upodobania linie rzędowe, czyli cięciwy. *Potrzenie:* postawiwszy iedną cyrkla nogę na centrze odbicia F, drugą zaś zaiąwszy otwartość FO, miarę tę z obydwóch stron osi naznacz na linii rzędowej pod liczbą 1. w punktach C, C. Toż pótym uczyn na drugiej linii rzędowej otwartością cyrkla FN, znacząc ją w punktach D, D, a otwartością cyrkla FM trzecią linią rzędową przecinając w punktach E, E, w tenże sam sposób biorąc od centru odbicia F dalsze podzielić punkta FL, FK, y odległość ich znacząc z obydwóch stron osi na następujących liniach rzędowych; te będziesz miał punktami przecięcia zupełnie wymierzone do Paraboli, którą rysujesz. A ież-li też Parabolę daley ieszcze za centrum odbicia chcesz pociągnąć, przyday na cięciwie AB, przez toż centrum odbicia przechodzącej, y na osi za cięciwą, więcej ieszcze cząstek równych tym, na które strzala jest podzielona, to jest 7. 8. *Ec.* a otwartość cyrkla od centru odbicia F, do liczby 7. toż do liczby 8. położ z obydwóch stron osi za cięciwy RR, SS, przez naznaczone na osi liczby 7. y 8.

prze-

przechodzące, y tak daley. *Poczwarte:* Nakoniec wszystkie punkta na liniach rzędowych poznaczone, połączywszy liniami krzywemi, to jest z punktu H, zatoczywszy łuk CGC, z punktu następującego I, łuczki DC, CD, a z punktów dalszych łuczki ED, DE, PE, EP, &c. będziesz miał geometrycznie uformowaną Parabolę AGB. Co było do okazania.

*Wniosek.* Można jeszcze Parabolę odrysować instrumentem bardzo prostym w sposób następujący. (*Fig. 33. Tab. 5.*) *Nayprzód:* Połóż na płaszczyźnie, gdzie masz rysować Parabolę linią BC, y węgielnicę (*normam*) GDO, tak: aby jeden węgielnicy bok DG, dotykał się wzdłuż teyże linii. *Powtore:* wzięwszy nie FMO, tak długą, iak długi jest drugi bok węgielnicy DO, zadzierżgnij jeden oneyże koniec na końcu tegoż boku węgielnicy O, z kraiu DO, drugi zaś w którymkolwiek punkcie płaszczyzny między bokami linii y węgielnicy BD, DO, szpilką przybij, *np.* w punkcie F. *Potrzebie:* posunąwszy na punkt, od którego chcesz linią zataczać, *np.* na punkt X, węgielnicę DO, iedną ręką też węgielnicę powoli pomykaj ku punktowi F, zawsze wzdłuż linii B, drugą zaś wzięwszy ołówek, z tąż samą proporcją nie zacząwszy od punktu O, wzdłuż boku węgielnicy DO wyciągaj, tym sposobem: gdy węgielnicę doprowadzisz do punktu F, odrysujesz linią krzywą AMX, która będzie połową Paraboli.

Obrociwszy potym węgielnicę na drugą stronę punktu F, y zaczynając od punktu Z w rowney odległości iak X, od osi aF będącego; tymże samym sposobem odrysujesz drugą połowicę Paraboli ZAX. Co było do zrobienia.

PRZY-

**PRZYPISEK.** Ze zaś obszerniejszą iaką część Paraboli, tak geometrycznie przez linie, iako y po prostu sposobem dopiero wyrażonym bardzo trudno byłoby oznaczyć, nie od rzeczy więc będzie, gdy podam sposób tegoż samego przez liczby uczynienia. Tym końcem niechay będzie.

### PROPOZYCYA III.

*Kawał znaczny Paraboli na zwierciadła palące przez liczby wymierzyć. (Fig. 34. Tab. 5.)*

*Rozwiązanie.* I. Poprowadź linią prostą BG podzieloną na tyle części, ile się podoba, np. na części 80. y w punkcie C, też linią przetniv pionowo, odcinając na niey, ile zechcesz równych części, na ktore cała linia BG jest podzielona, np. część 4. zostanie się zatym na części większey CG, takowychże części 76. II. Tym sposobem punkt B, będzie wierżchołkiem Paraboli, którą formujesz, a linia BG będzie oneyże Parametrem od części ośmiudzieliąt, ktorey czwarta część BH, mieszcząca w sobie części 20. wskaże ci centrum odbicia w punkcie H. Ta bowiem jest własność Paraboli, że odległość strzały od wierżchołku osi do centru odbicia, jest czwartą częścią Parametru. III. Nakoniec na linii BC, przez punkta podziału poprowadź linie pionowe, czyli pul-cięciwia CA, DU, IO, MN, a miary ich doydzieysz przez liczbę w sposób następujący.

*Nayprzod.* Linią  $BC = 4$ . zmnożywszy przez całą linią  $BG = 80$ . wypadnie ci czworogranniec prosto-kątny  $GBCB = 320$ . Zkąd wyciągniona ściana kwadratu doskonałego  $17\frac{1}{2}$ . wskaże ci pul-cięciwie (*semiordinatam*) AC. Gdyż iako się  
rzekło

rzekło w punkcie 18. w Paraboli czworgranic do-  
 skonały y każdego puł-cięciwia, rowny iest czwor-  
 grańcowi prosto-kątnemu ze strzały przez tęż puł-  
 cięciwie odciętey. y z Parametru zrobionemu.

*Powtore.* Jak się ma strzała  $BC = 4$ . do czwor-  
 grańca doskonałego  $CA = 320$ . tak powinna się  
 mieć strzała  $BD = 3$ . do czworgranca doskonałego  
 $DU = 240$ . z tych ściana czworgranca wyciągnio-  
 na  $15 \frac{1}{2}$ . wskaże ci miarę puł-cięciwia  $DU$ .

*Potrzecic.* Jak się ma strzała  $BC = 4$ . do czwor-  
 grańca doskonałego  $AC = 320$ . tak strzała  $BI = 2$ .  
 do czworgranca doskonałego  $IO = 160$ . Ktorey  
 liczby ściana czworgranna  $12 \frac{1}{4}$ . iest miarą puł-  
 cięciwia  $IO$ .

*Poczwarte.* Nakoniec iak się ma strzała  $BC = 4$ .  
 do czworgranca doskonałego  $AC = 320$ . tak się  
 mieć będzie strzała  $BM = 1$ . do czworgranca do-  
 skonałego  $MN = 80$ . z tey zaś liczby wyciągniona  
 ściana czworgranna 9. iest miarą puł-cięciwia  $MN$ .  
 W Paraboli bowiem, iak się ma iedną strzała do  
 czworgranca doskonałego z puł cięciwia, przez  
 ktore iest odcięta, tak się ma każda inna strzała  
 do czworgranca doskonałego z puł-cięciwia sobie  
 korrespondującego. Co było do zrobienia.

*Wniossek.* Nayłatwiey zaś zatoczysz Parabolę,  
 kiedy Kon drewniany sztuką tokarską wyrobiony  
 przeciąwszy na formę Paraboli, płaszczynę tego  
 przecięcia ołowkiem lub piorem obwiedziesz.

### O HTPERBOLI.

20. *Hyperbola* iest Figura Ziemiomiernicza iedną  
 linią krzywą, ktorey końce nie zchodzą się z sobą,  
 tak zaięta, że w niey czworgranic doskonały z ka-  
 żdego



tego put-cięciwia np. z put-cięciwia DS, tak się ma do czworoka doskonałego z drugiego put-cięciwia EF, iak się ma czworokan prostokątny NDWU, z osi zawroconey (*ex axe transverso*) NA, z przydatkiem AD, y ze strzały  $AD = DW$  zrobiony. do czworoka prostokątnego NEQZ, z teyże osi  $NA \perp AE$ , y ze strzały  $AE = EQ$  zrobionego. To jest: w każdej Hyperboli tak się ma DILS do DRXO, iak się ma NDWU do NEQZ. (*Figura 35. Tabella 5.*)

21. Hyperbole przeciw-ległe (*Hiperbolæ oppositæ*) są, które z jednakowego przecięcia dwóch Konów wierzchołkami do siebie obroconych, strzają się, iakie są: NUX, RAD, (*Fig. 36. Tab. 5.*) centrum Hyperbol przeciw-ległych jest punkt m, w samey połowie osi VA. Ponieważ zaś żadney Hyperboli nie masz, ktoreyby druga wierzchołkiem przeciw-legła powiedziona bydź nie mogła, na tym fundamencie oś y centrum przeciw-ległych Hyperbol nazywa się także osią y centrem każdej Hyperboli pojedynczo nawet, wziętey, bez wszelkiej relacyi do drugiey wierzchołkiem przeciw-ległey. Tak linia prosta NA (*Fig. 35. Tab. 5.*) jest osią zawroconą (*axis transversus*) Hyperboli CAB, a centrem punkt m, na samym środku teyże linii będący.

22. Oś więc prawdziwa Hyperboli (*axis determinatus Hiperbolæ*) jest linia prosta AU, (*Fig. 36. Tab. 4.*) ktorey miarą jest odległość wierzchołku przecięcia na Hyperbole jednego Konu, od wierzchołku przecięcia w tenże sam sposób Kona drugiego, wierzchołkiem pierwszemu przeciw-ległego, iaka się pokazuje bydź linia AU, przez tey osi

cen-

centrum, czyli sam órzodek  $m$ , gdy powiedziona będzie pionowo poprzeczna linia  $PQ$ , zowią ją osią mnieyszą, (*axis minor*) obiedwie zaś osi razem wzięte, zowią się osi złączone. (*axes coniugatae*) *Figura 35. Tabella 5.*

23. Parameter Hyperboli jest linia  $AG$  (*Figura 35. Tabella 5.*) wierżchołku Hyperboli pionowo tykająca, a względem linii w Hyperboli rzędowych równo-legła. Takowy Parameter w Hyperboli tak się mieć powinien do osi większey  $AN$ , iak się ma kwadrat doskonały  $DILS$  do czworgrątca prostokątnego  $DNUW$ . Powiedziałem już wyżej w punkcie 8. że Parametra w Hyperboli miarą jest linia rzędowa, czyli cięciwa przez centrum odbicia przechodząca. Tenże Parameter jest linią średnią proporcjonalną między osią większą  $AN$ , y osią mnieyszą  $PQ$ . Równy zaś iak w Ellipse, tak y w Hyperboli czworgraniec prostokątny  $NG$  z osi większey y z Parametru zrobiony, zowie się *Figurą osi*. (*Figura axis transversi*) W tym czworgrątcu powiodłszy linią poprzeczną  $NM$  od wierżchołku osi większey  $NA$ , przez koniec Parametru  $G$ , czworgraniec prostokątny  $DG$ , z tegoż Parametru y ze strzały  $DA$  zrobiony, ani równy jest czworgrątcowi doskonałemu z puł-cięciwia  $DS$ , teyże strzale korrespondującego zrobionemu, iak w Paraboli, ani od niego większy, iak w Ellipse, ale mnieyszy, małym czworgrątcem prostokątnym  $GH$ , który cały *Figurze osi*  $NG$  jest podobny. W ten czas więc dopiero gdy Parameter  $AG$  powiększony będzie linią  $GY$ , czworgraniec  $AH$ , z tegoż Parametru tak powiększonego, y ze strzały  $DA$  zrobiony, równy będzie czworgrątcowi doskona-

ikonalemu z puł-cięciwia DS. Y dla tego naddania Parametru ta Figura rzeczona iest Hyperbola, to iest przechodząca miarę. (*excedens.*)

24. Punkta F, f, (*Fig. 36. Tab. 5.*) są centra odbicia, czyli Foki Hyperbol wierżchołkiem przeciwnych; ktore w ten sposób wyznaczone bydź mają, ażeby linia FN powiedziona od iedney Hyperboli foku F; do ktoregokolwiek punktu Hyperboli drugiey nprz: do punktu N, linią fN; z foku drugiey Hyperboli f, do tegoż punktu N powiedziona, przewyższała całą ośią większą AU. Odległość zaś centru odbicia w Hyperbolach od centru ośi większey, równa iest linii AQ, (*Fig. 35. Tab. 5.*) łączącey końce ośi większey y mnieyszey.

25. Jeżeli od centru ośi C, (*Fig. 36. Tab. 5.*) linie proste CX, CY, tak powiedzione będą, aby z Parametru wierżchołkiem Hyperboli na obiedwie strony pociągnionego, między tymże wierżchołkiem; a swoim przecięciem zajmowały linie równe połowicy ośi mnieyszey, takowe linie, gdyby y naydaley wzdłuż pociągnione były, zawsze wprawdzie do obwodu Hyperboli DAR przechylać się będą, nigdy iednak nie zniyda się z nim. Tego gatunku linie u Geometrow zowią się *Asymptoti*.

#### PROPOZYCYA IV.

Podług przecięcia na Hyperbole danego Konu, też Hyperbole na papierze odrysować. (*Fig. 37. Tab. 5.*)

Rozwiązanie. Niechay będzie dany Kon ABC, ktorego na Hyperbole przecięcie iest GF. Powiedz nayprzod prostą linią GK równo-ległą względem bazy BC, ta przetnie pionowo w punkcie T, oś AI. Powtore: część ośi TI podziel, na ile chcesz

L                      równych

rownych części, a przez punkta podziału poprowadź linie proste ML, ON, QP, SR, wszystkie z bazą równo-ległe, z punktów zaś, w których przecinaią oś, odrysuj puł-koła LIM, NXO, PUQ, RZS, BHC, tak: ażeby ich dyamentrami były też same linie ML, ON, QP, SR, z bazą równo-ległe. *Potrzebie*: na tych wszystkich równo-ległych liniach przez punkta przecięcia powiedzionych oznaczysz puł-cięciwia Hyperboli, jeżeli z punktów D, E, O, Q, F, przez które przecięcie Hyperboli GF przechodzi, do obwodu koł odrysowanych powiedziesz linie pionowe względem osi równo-ległe, to jest: DY, EX, OU, QZ, FH, tym sposobem mieć będziesz puł-cięciwia do Hyperboli, którą rysujesz.

To uczyniwszy, powiedz na osobney karcie linią prostą HD, wielkości nieoznaczoney, na której postawiwszy linią pionową FG równą przecięciu Konu FG, y podzieliwszy ją na tyle równych części, na ile części podzieliłeś część osi TL, przez wszystkie podziału punkta powiedź linie proste względem linii HD równo-ległe. Potym wygotowane już puł-cięciwia DY, EX, OU, QZ, FH, naznaczywszy z obydwóch stron osi FG na powiedzionych liniach, względem linii HD równo-ległych, to jest DY, EX, OU, QZ, FH, punkta G, Y, X, U, Z, H, połącz liniami krzywemi z obydwóch stron, a będziesz miał odrysowaną regularną Hyperboleę HGD, przecięciu na Hyperboleę danego Konu ABC równą. Co było do zrobienia.

*O sławniejszych innych liniach krzywych.*

26. Procz linii krzywych, które się z rozmaitego przecięcia Konu formować zwykły, y o których



rych dotąd mowiliśmy, są jeszcze inne z różnego założenia brył, lub Figur płaskich swoy początek biorące. Niektóre tu tylko znaczniejszy wymienie, o których częściej u Geometrow wzmianka bywa. Te zaś są: Cykloida, Logistyka, Spiralna, Cyfłoida, Konchoida y Kassynoida, każdą w szczególności z niektórymi ich własnościami krótko opiszę.

CYKLOIDA.

27. Kiedy więc kula albo koło AEB (Fig. 38. Tab. 5.) wzdłuż linii prostej DF tak długo iednostaynym tokiem prowadzone będzie, aż punkt D, którym też kula wspierała się o linią DF, odbywszy cały obwód kołowego obrot stanie na punkcie F teyże linii DF, linia krzywa, którą tenże punkt zaczynając od D, w biegu swoim przez punkta d, d, d, d, &c. na powietrzu formuje, to jest linia DdF zowie się Cykloida czyli Trochoida, (*Cyclois, vel Trochois*) takowa linia w wielkim używaniu jest do zegarów z perpendykulami, za iey bowiem pomocą iednostayne y równe zawsze odbicia w ruchu swoim też perpendykuly mają. Tymże samym tokiem kuli, lub koła AEB formuje się druga linia krzywa lda i, w obwodzie Cykloidy zamknięta, y zowie się Trochoidy towarzyszka. (*Trochoidis Comes*) Ta zaś nie różni się od samey Cykloidy w punkcie wierzechołka d przeciętej, y obwodem swoim na wywrot obroconey tak, ażeby punkta d, d, leżały na punktach a, i, koło, z którego regularnego toku formuje się Cykloida, zowie się u Geometrow (*circulus genitor.*) Linia prosta DF, po ktorej toż koło całym okręgiem swoim raz się zatacza, baza Cykloidy. Dyameter koła ED,

Oś Cykloidy. Z samego zaś zatoczenia tej linii krzywey, rzecz widoczna jest: że baza DF całego obwodowi koła, połowa bazy DC, połowie obwodu tegoż koła, Łuk  $df$  części bazy sobie korrespondującej Df, równe są.

### L O G I S T Y K A.

28. Jeżeli linia prosta, czyli oś AB, (*Fig. 39. Tab. 5.*) na ilekolwiek równych części AC, CD, DE, FI, &c. podzielona będzie, a od punktów A, C, D, będą powiedzione pionowo linie rzędowe, czyli cięciwy AF, CG, DH, EI, któreby były między sobą w ciągłej proporcji geometryczney, to jest:  $\div$  AF, CG, DH, EI. Linia krzywa, która przez punkta F, G, H, I, &c. któremi też linie rzędowe kończą się, powiedziona będzie, to jest linia FK, zowie się Logistyka, (*Logistica vel Logarythmica*) własność tej linii krzywey jest, że iey strzały (*abscissæ*) są w proporcji cięciw, przez które są odcięte, tak AD ma się do AE, iak się ma DH, do EI. Ponieważ zaś linie rzędowe CG, DH, EI, BK, &c. zmniejszają się zawsze, gdy tym czasem proporcya strzał, czyli linii odciętych (*ratio abscissarum*) tymże cięciwom korrespondujących coraz bardziey rośnie, to jest proporcya AF do EI, lub BK, rzecz więc oczywista jest, że Logistyka FK zbliża się zawsze do osi swojej AB, nigdy jednak z nią nie zbiegnie się. A zatym oś, czyli linia prosta AB, może się nazwać Asymptotem, względem Logistyki FK.

### Węzownica, czyli linia Spiralna.

29. Kiedy promień iakiego koła nprz. promień AE (*Fig. 40. Tab. 5.*) w koło powiedziony będzie  
około

około nieruchomego centru E. punkt iego czyli kóniec A, odrysuie obwód kołowy ABC. Biorąc zaś tak, iakoby tenże punkt A razem y koło centru swojego E, y po promieniu AE ruchem proporcjonalnym posuwał się, to iest: iakoby w ten czas, gdy stanąwszy na punkcie B, trzecią część obwodu kołowego AB odprawi, przeszedł także trzecią część AE danego promienia AE, y iakoby tymże samym daley sposobem dwójsty swoy bieg odprawiał, poki by punkt A, odryślowawszy kołowy obwód, na tymże samym mieyscu A nie stanął, y poki by oraz tenże sam punkt A cały promień przeszedłszy, nie oparł się w centrze E. linia krzywa ADE tym dwojakim ruchem, to iest cyrkularnym y prostym do centru, z punktu A powiedziwna, będzie wężownica, czyli spiralna. (*spiralis*)

30. Gdyby zaś zapęd ten, którym punkt A ku centrowi H dąży, (*Fig. 41. Tab. 5.*) nie był proporcjonalny zapędowi tegoż punktu obwód koła formuiącemu, lecz gdyby *nprz.* w ten czas, gdy punkt A trzecią część obwodu kołowego obędzie, tenże sam punkt nie przeszedł więcey nad część szóstą promienia, w zapędzie ku centrum H, a tak. gdyby dwa razy tym czasem obwód koła obiegił, niżeli raz cały promień przejdzie, w ten sposób uformowana wężownica, zwałaby się drugiego zatoczenia. (*secundæ revolutionis*)

#### PROPOZYCYA V.

*W danym kole, lub na danym koła promieniu regularną wężownicę, czyli linią Spiralną zatoczyć, to iest: ażeby wszystkie iey zawinięcia równo-odległe od siebie były. (Figura 42. Tabella 5.)*

Rozwią-

*Rozwiązanie.* Niech będzie linia BC dyamentrem danego koła. Tę przeciąwszy na połowę w punkcie A, podziel promień AB, y promień AC, na tyle równych części, ile razy chcesz mieć węzownicę zawinioną, np. na części trzy. Potym wzięwszy za dyameter iedną część AD naybliższą centru A, odryfuy puł-koła AED. *Powtore:* wzięwszy za dyameter części dwie, to iest DF, odryfuy puł-koła DGF. Toż na dyametrze ze trzech części FH, odryfowawszy puł-koła FHH na dyametrze z części czterech KH, puł-koła HLK, na dyametrze z części pięciu KC, puł-koła KMC, a nakoniec na dyametrze z części sześciu BC, odryfowawszy puł-koło CNB, zatoczysz węzownicę o trzech zawinieniach AGLNB. Co było do zrobienia.

*Wniosek.* Gdy zaś więcej razy, lub mniej węzownicę zechcesz mieć zawinioną, tedy na więcej także lub mniej równych części, promienie AC, AB, podzielisz, y sposobem dopiero podanym postąpisz.

### C T S S O I D A.

31. Jeżeli, wzięwszy puł-koła ABC, (Fig. 43. Tab. 5.) y powiodłszy pionowo do dyamentru AC puł-cięciwia be, BE, pociągniemy puł-cięciwie BE do punktu G, z tą proporcją, aby iak się ma puł-cięciwie EB do strzały EC, tak się miała też sama strzała EC, do EG, y ieżeli wszystkie inne puł-cięciwia z tą samą proporcją na drugą stronę dyamentru pociągniemy, aby iak się mają do strzał fobie korrespondujących, tak też same strzały miały się do części ich z drugiej strony dyamentru powiedzionych, tedy linia krzywa, która zacząwszy od C, przez wszystkie ostatnie punkta cięciw tak



tak powiększonych przechodzić będzie, to jest linia CGg, zowie się Cyffoida, (*Cissois*) wynaleziona jest przez Dyoklesa Matematyka Greckiego. Dyameter koła (*circuli genitoris*) AC, zowie się bazą Cyffoidy, linia zaś AL od ostatniego punktu A dyametu AC, pionowo powiedziona, Asymptot Cyffoidy. Bo chociażby naydaley też Cyffoida, y linia AL powiedzione były, nigdy iednak z sobą się nie zeydą.

*Konchoida czyli Koncha.*

32. Gdy do linii prostej AB, (*Fig. 44. Tab. 5.*) z ktoregokolwiek punktu *np.* C powiedziona, będzie linia pionowa CE przecinaiąca też linią prostą AB w punkcie D, y gdy z tegoż samego punktu C linie proste, linią AB przecinające CE, CF, CG, CH, Cf, Cg, Ch, tak poprowadzone będą, aby wszystkie ich ucinki za linią prostą AB leżące, równe sobie były, to jest:  $DE = LF = MG = NH = lf = mg = mh$ ; linia krzywa, która przez ostatnie ich punkta, czyli końce h, g, f, E, F, G, H, pociągniona będzie, nazywa się Konchoida od Konchy, ktorey formę zdaie się wyrażać. Wynalazcą iey jest Nikomedes. Punkt C zowie się biegunem, (*polus*) a prosta AB linią. (*regula*) Ze zaś linie proste, czyli ucinki (*segmenta*) LF, MG, NH, im bardziey od linii pionowej DE oddalają się, tym bardziey z ukosa idą, idzie zatym, że końce ich F, G, H, coraz bardziey do linii AB przybliżają się, to jest: że linie pionowe FO, GP, HB, coraz są mnieysze. Y Koncha więc, coraz więcey do linii będzie się przysuwac, nigdy iednak, chociażby w naydłuższą odległość pociągniona była, z nią nie zetknie się, gdyż między linią AB, a punktami  
Kon-

Konchoidy, zawsze uciniek iakiś linii od bieguna C powiedziona, iako to NH, lub którykolwiek inny iemu podobny, zachodzić musi.

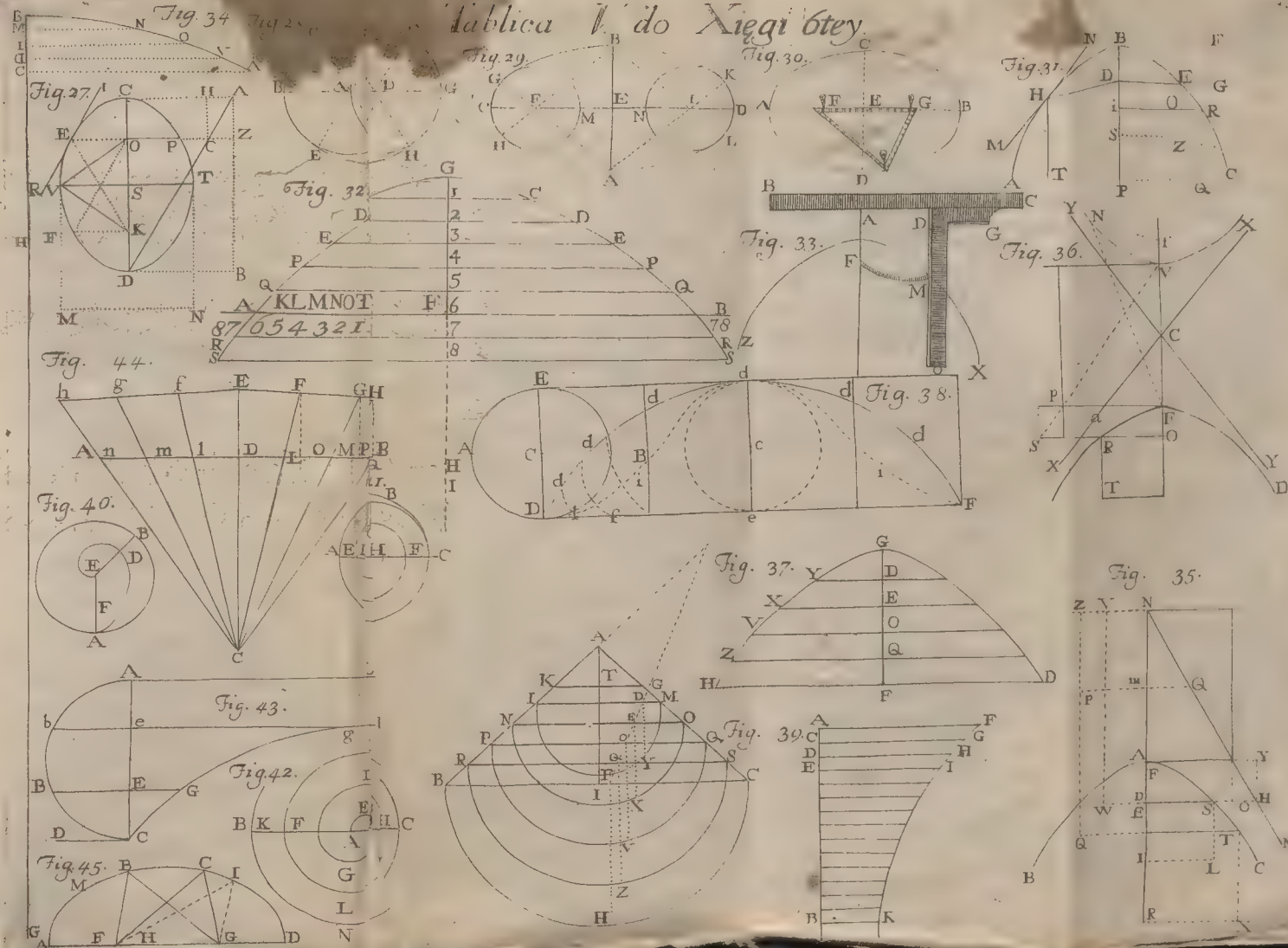
### KASSYNOIDA.

33. Jeżeli na dyametrze AD (*Fig. 45. Tab. 5.*) linia krzywa AMBCID tym tokiem powiedziona będzie, że obrawszy na tymże dyametrze punkta F, G, równo-odległe od centru H, y powiodłszy z nich do ktoregokolwiek na obwodzie punktu, linie proste FB, GB, FC, GC, FI, GI; że mowie czworogrąńce prosto-kątne, z dwóch takowych linii do jednego na obwodzie punktu zbiegających się, zawsze między sobą równe są; tedy takowa linia krzywa zowie się Kassynoida. (*Cassynois*) zawsze więc w Kassynoidzie tak się ma linia FB; do linii FC, iak się ma linia CG do linii GB.

*Koniec nauki o Ziemiomiernictwie.*

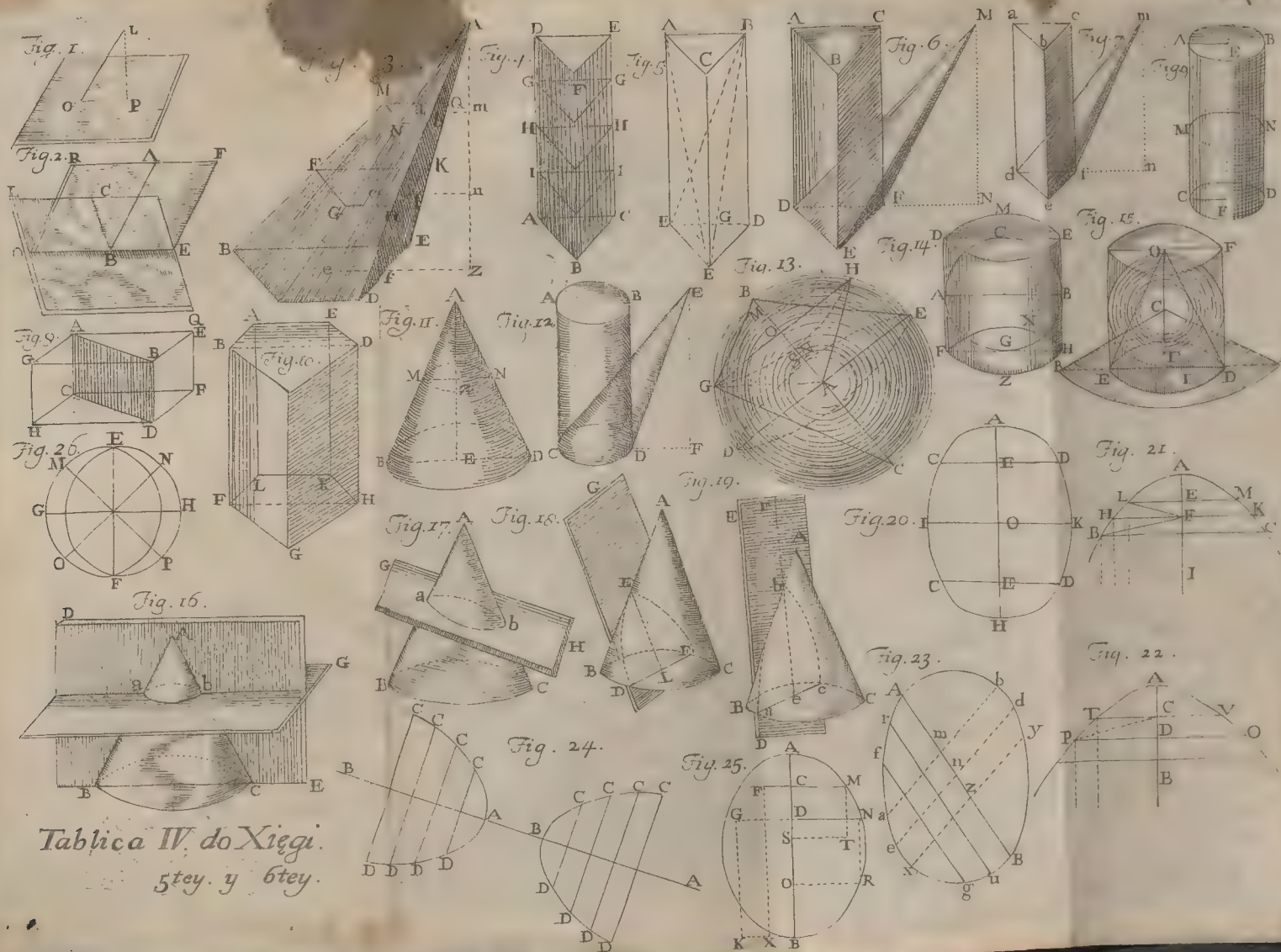
---

# Tablica I do Xiegi 6tey

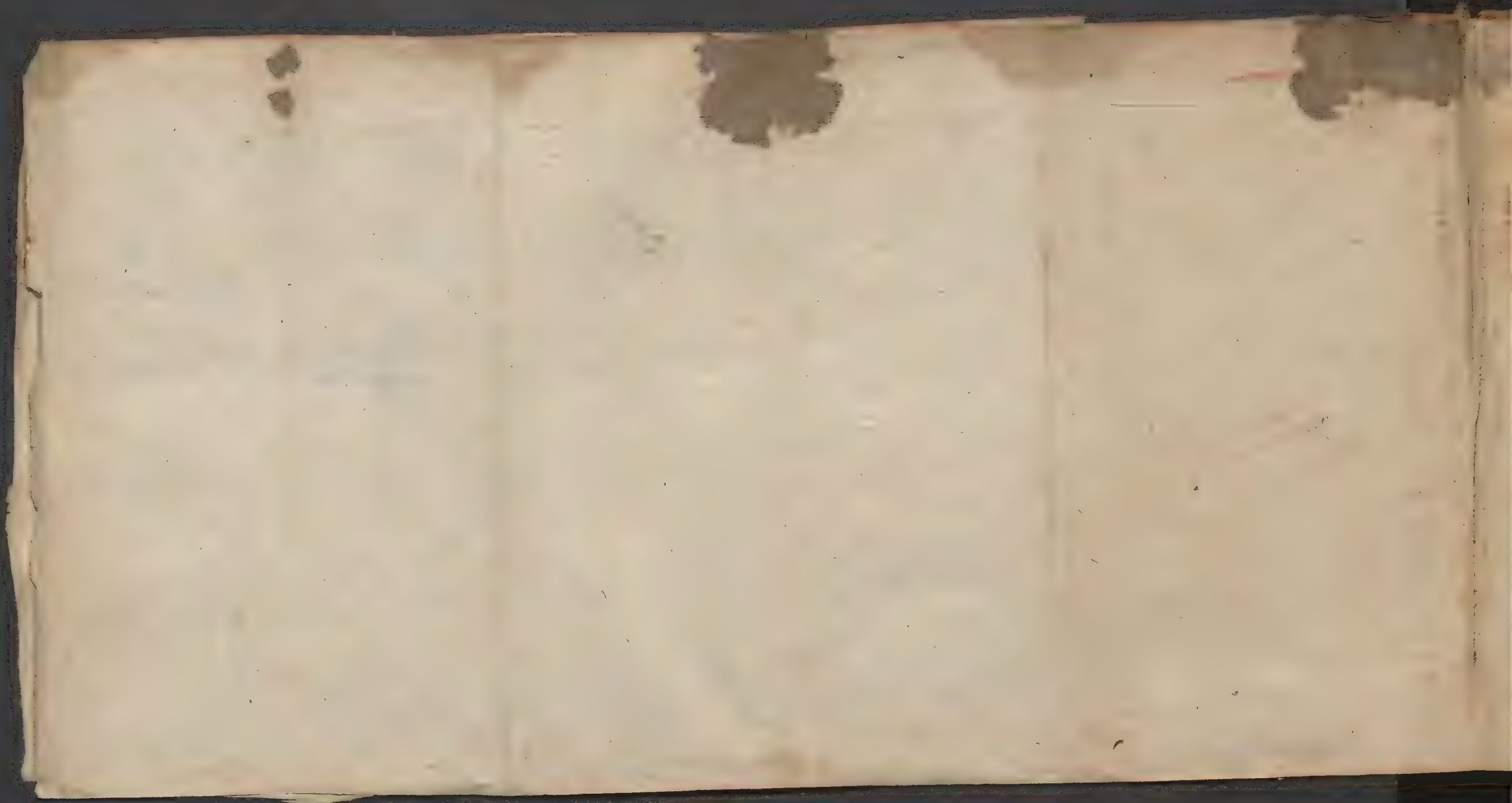


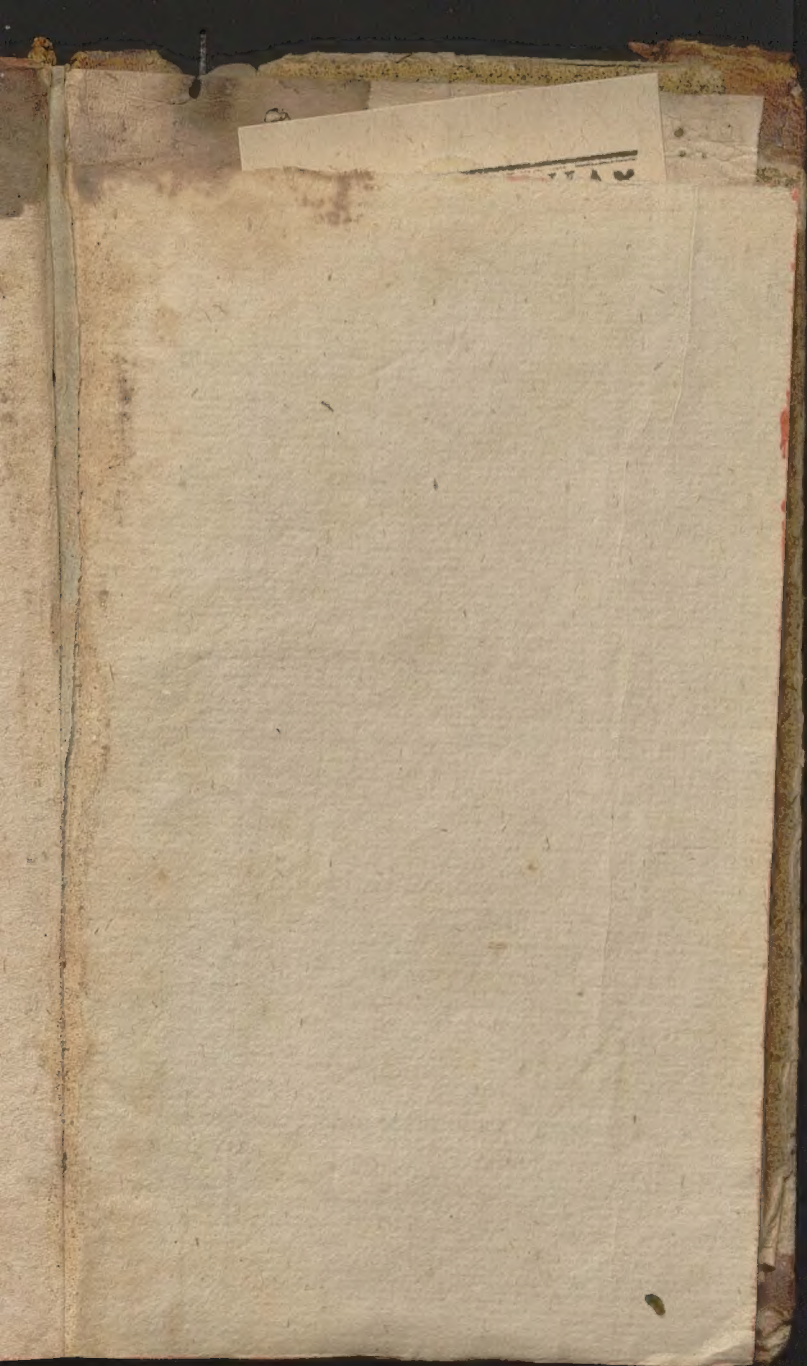




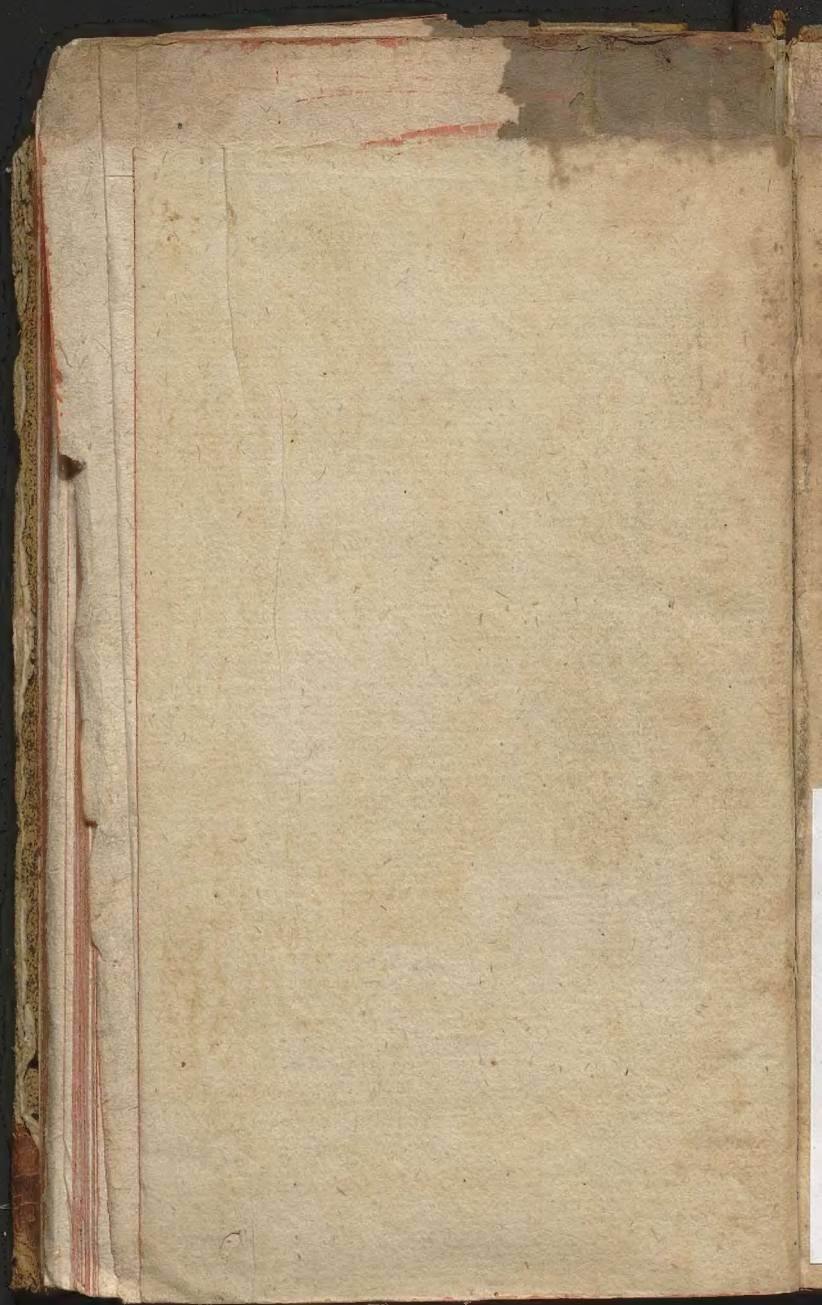


Tablica IV do Xiegi.  
5tey. y 6tey.











\*KSIEGARNIA\*  
ANTYKWARIAT

*Handwritten notes in cursive script, including the word "mieszko" and other illegible characters.*

stdr0016223



Biblioteka Jagiellońska

